

Energieerhaltung

Aufgabe 1

Ein 50 Kilogramm schwerer Körper fällt aus einer Höhe von 17 Metern frei zu Boden. Ermitteln Sie die Geschwindigkeit beim Aufprall.

Lösung:

$$m * g * h = \frac{1}{2} * m * v^2 \quad \text{umformen nach } v$$

$$g * h = \frac{1}{2} * v^2$$

$$2 * g * h = v^2$$

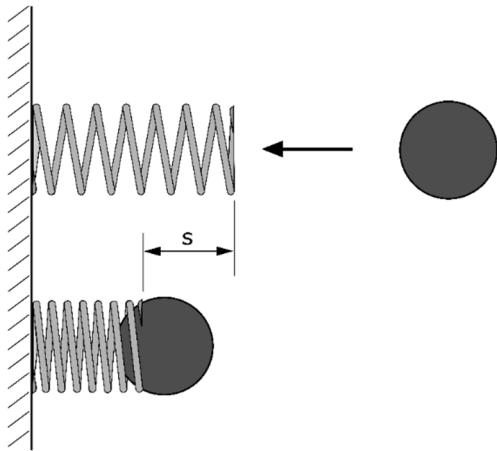
$$v = \sqrt{2 * g * h}$$

$$v = \sqrt{2 * 9,81 \frac{m}{s^2} * 17 m}$$

$$v = 18,26 \frac{m}{s}$$

Aufgabe 2

Eine Kugel, die eine Masse von 750 g hat, wird von einer Druckfeder abgebremst.



Die Federrate der Druckfeder beträgt $R = 0,8 \text{ N/mm}$. Die Geschwindigkeit der Kugel beträgt beim Auftreffen auf die Feder $1,9 \text{ m/s}$.

Berechnen Sie den Bremsweg der Kugel.

Lösung:

Der gedankliche Ansatz in dieser Aufgabe ist das Prinzip der Energieerhaltung. Unter Vernachlässigung von Reibungsverlusten und anderer Verluste, gilt das Prinzip, dass die kinetische Energie der Kugel in Federenergie umgewandelt wird.

$$E_{Kin} = E_{Feder}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2 \quad \text{umformen nach } s$$

$$m \cdot v^2 = R \cdot s^2$$

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = s^2 \quad \text{Wurzel ziehen auf beiden Seiten}$$

$$\sqrt{\frac{m \cdot v^2}{R}} = s \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$\sqrt{\frac{0,75 \text{ kg} \cdot (1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{800 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = s$$

$$s = 0,058 \text{ m} = 5,8 \text{ cm}$$

Aufgabe 3

Eine Kugel mit der Masse $m = 5 \text{ kg}$ fällt aus einer Höhe von $h = 7 \text{ m}$ und wird von einer Feder mit der Federharte $r = 430 \text{ N/mm}^2$ aufgefangen. Bestimmen Sie die maximale Federkompression.

Lösung:

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{Feder}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2 \quad \text{nach } s \text{ auflösen}$$

$$2 \cdot m \cdot g \cdot h = R \cdot s^2$$

$$\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{R} = s^2$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{R}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7 \text{ m}}{430\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

$$s = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

Aufgabe 4

Eine Kugel der Masse m gleich 0,5 kg wird durch eine Druckfeder mit der Federrate $R = 800$ N/m weggeschleudert. Die Feder wird um s gleich 0,1 m zusammengedrückt, bevor die Kugel losgelassen wird. Vernachlässigen Sie Reibung und Luftwiderstand. Berechnen Sie die Abwurfgeschwindigkeit der Kugel.

Lösung:

$$E_{Feder} = E_{kin}$$

$$\frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \text{umformen nach } v$$

$$R \cdot s^2 = m \cdot v^2$$

$$\frac{R \cdot s^2}{m} = v^2$$

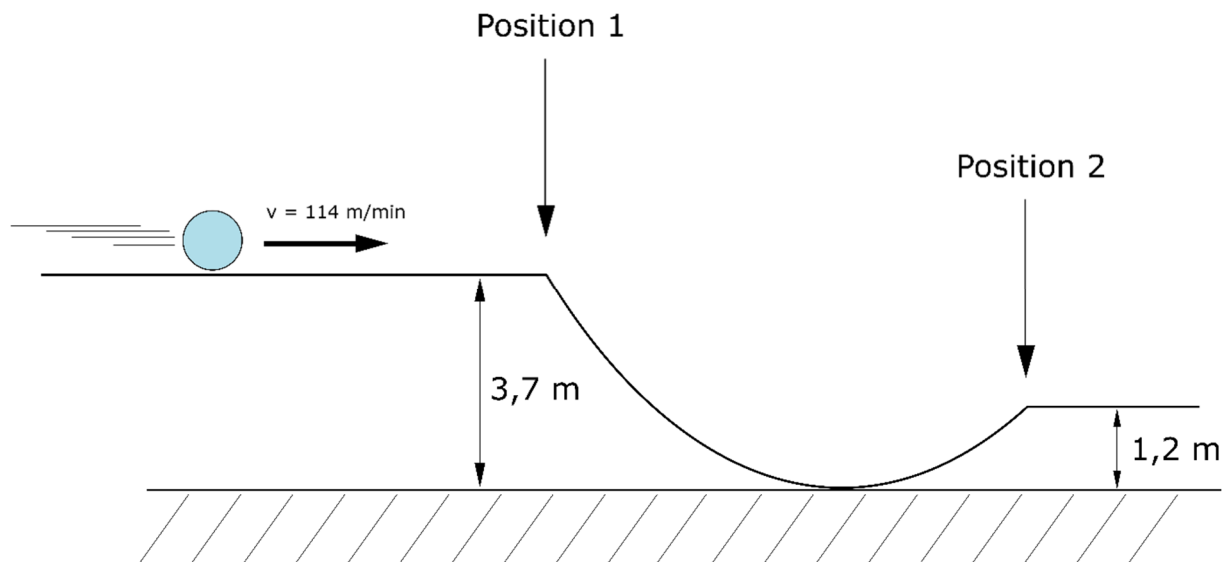
$$v = \sqrt{\frac{R \cdot s^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{800 \frac{N}{m} \cdot (0,1 \text{ m})^2}{0,5 \text{ kg}}}$$

$$v = 4 \frac{m}{s}$$

Aufgabe 5

Eine Kugel rollt mit einer gleichmäßigen Geschwindigkeit von 114 m/min auf eine schiefe Ebene zu. Ab Position 1 rollt sie nach unten und verliert 3,7 m an Höhe. Anschließend geht es wieder bergauf und sie rollt nach oben bis sie wieder eine Höhe von 1,2 m erreicht hat. Die Reibung soll vernachlässigt werden.



Berechnen Sie unter Vernachlässigung der Reibung die Geschwindigkeit, die die Kugel an der Position 2 hat.

Lösung:

Der Lösungsansatz geht von dem Konzept der Energieerhaltung aus. Wenn keine Energie verloren gehen kann (wie hier z. B. durch Reibung), dann hat die Kugel am unteren Punkt die gleiche Energie wie auf Position 1. Auf Position 1 hat sie eine höhere potenzielle Energie, aber dafür eine geringere kinetische Energie (in Form der Geschwindigkeit). Auf Position 2 ist es umgekehrt. Die Gleichheit der Energien drücken wir mathematisch wie folgt aus:

$$E_1 = E_2$$

$$E_{\text{Kin1}} + E_{\text{Pot1}} = E_{\text{Kin2}} + E_{\text{Pot2}}$$

Die Summe aus potenzieller und kinetischer Energie ist an beiden Positionen gleich groß. Wir setzen die Formeln für die Energien ein und formen nach v_2 um:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2 \quad \text{umformen nach } v_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \quad \text{geteilt durch } m$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \quad \text{mal 2 nehmen}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2\right) = v_2^2 \quad \text{Wurzel ziehen}$$

$$\sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2\right)} = v_2$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,7 \text{ m} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \text{ m}\right)}$$

$$v_2 = 7,26 \text{ m/s}$$