

# Energie und Leistung - Prüfungstraining

## Aufgabe 1

Ein Kran hebt eine Last mit einer Masse von 1.760 kg in 1,8 Minuten um eine Höhe von 7,4 m. Während des Hebevorgangs fließt ein Strom von 2,4 A durch den Antriebsmotor. Der Antriebsmotor wird mit 400 V betrieben und ist in Sternschaltung geschaltet. Auf dem Typenschild des Motors ist angegeben, dass  $\cos \varphi$  einen Wert von 0,89 hat.

- Berechnen Sie die mechanische Leistung, die erforderlich ist, um die Last anzuheben.
- Ermitteln Sie die elektrische Leistung, die vom Antriebsmotor aufgenommen wird.
- Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Werkstattkrans während des Hebevorgangs.

Lösung zu a):

$$P_{\text{mechan}} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P_{\text{mechan}} = \frac{1760 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7,4 \text{ m}}{108 \text{ s}}$$

$$P_{\text{mechan}} = 1.183,01 \text{ W}$$

Lösung zu b):

$$P_{\text{elektrisch}} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P_{\text{elektrisch}} = \sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 2,4 \text{ A} \cdot 0,89$$

$$P_{\text{elektrisch}} = 1.479,86 \text{ W}$$

Lösung zu c):

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}$$

$$\eta = \frac{1.183,01 \text{ W}}{1.479,86 \text{ W}}$$

$$\eta = 0,8$$

## Aufgabe 2

Ein elektrischer Kran hebt ein Werkstück (Masse = 180 kg) innerhalb einer Zeit von 0,4 Minuten auf eine Höhe von 7,5 m an.

Der Drehstrommotor des Krans wird mit 400 V/50 Hz betrieben. Der Wirkleistungsfaktor beträgt  $\varphi = 0,86$ . Gehen Sie davon aus, dass der Kran mit elektrischen und mechanischen Verlusten von insgesamt 15 % arbeitet.

Berechnen Sie die Höhe des Stroms, die der Kran aufnimmt.

### Lösung:

Wenn das Werkstück angehoben wird, nimmt es potentielle Energie auf. Die Formel hierfür lautet  $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$ . Die Leistung ist um so größer, je weniger Zeit für den Hebevorgang benötigt wird. Also nehmen wir die Formel für die Hubleistung:

$$P_{\text{mechanisch}} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P_{\text{mechanisch}} = \frac{180 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7,5 \text{ m}}{24 \text{ s}}$$

$$P_{\text{mechanisch}} = 551,81 \text{ W}$$

Um das Werkstück innerhalb von 24 Sekunden auf eine Höhe von 7,5 m zu heben, wird eine mechanische Leistung von  $P = 551,81 \text{ W}$  benötigt. Da der Kran mit Verlusten arbeitet, muss entsprechend eine höhere Leistung aus dem Stromnetz entnommen werden, um die erforderliche Leistung zu erbringen. Die mechanische Leistung entspricht der abgegebenen Leistung  $P_{\text{ab}}$  und wir suchen die zugeführte elektrische Leistung  $P_{\text{zu}}$ . Wir verwenden die Formel für den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} \quad \text{umformen nach } P_{\text{zu}}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{551,81 \text{ W}}{0,85}$$

$$P_{\text{zu}} = 649,19 \text{ W}$$

Hinweis: Den Wirkungsgrad haben wir berechnet mit  $1 - 0,15 = 0,85$ . Wir haben also gerechnet: „1 – Verluste“.

Es ist also eine elektrische Leistung in Höhe von 649,19 W benötigt, um eine mechanische Leistung von 551,81 W zu erbringen. Wir berechnen nun, welcher Strom hierfür benötigt wird:

$$P_{elektrisch} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \text{umformen nach I}$$

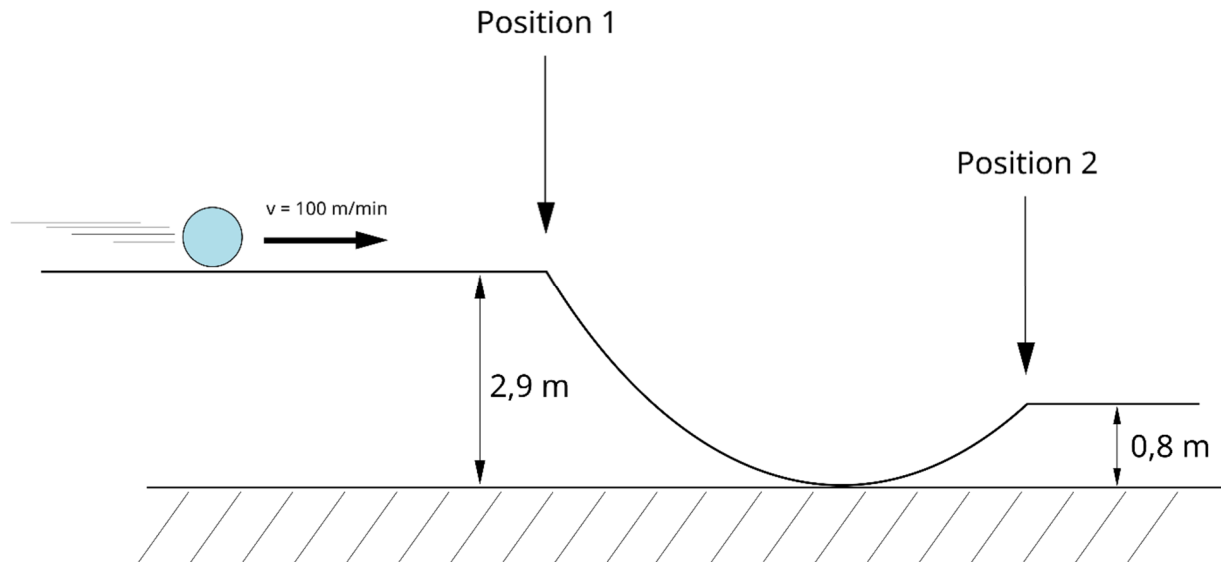
$$I = \frac{P_{elektrisch}}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$I = \frac{649,19 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,86}$$

$$I = 1,09 \text{ A}$$

### Aufgabe 3

Eine Kugel rollt mit einer gleichmäßigen Geschwindigkeit von 100 m/min auf eine schiefe Ebene zu. Ab Position 1 rollt sie nach unten und verliert 2,9 m an Höhe. Anschließend geht es wieder bergauf und sie rollt nach oben bis sie wieder eine Höhe von 0,8 m erreicht hat. Die Reibung soll vernachlässigt werden.



Berechnen Sie unter Vernachlässigung der Reibung die Geschwindigkeit, die die Kugel an der Position 2 hat.

#### Lösung:

Der Lösungsansatz geht von dem Konzept der Energieerhaltung aus. Wenn keine Energie verloren gehen kann (wie hier z. B. durch Reibung), dann hat die Kugel am unteren Punkt die gleiche Energie wie auf Position 1. Auf Position 1 hat sie eine höhere potenzielle Energie, aber dafür eine geringere kinetische Energie (in Form der Geschwindigkeit). Auf Position 2 ist es umgekehrt. Die Gleichheit der Energien drücken wir mathematisch wie folgt aus:

$$E_1 = E_2$$

$$E_{\text{Kin1}} + E_{\text{Pot1}} = E_{\text{Kin2}} + E_{\text{Pot2}}$$

Die Summe aus potenzieller und kinetischer Energie ist an beiden Positionen gleich groß. Wir setzen die Formeln für die Energien ein und formen nach  $v_2$  um:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2 \quad \text{umformen nach } v_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \quad \text{geteilt durch } m$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \quad \text{mal 2 nehmen}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2\right) = v_2^2 \quad \text{Wurzel ziehen}$$

$$\sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2\right)} = v_2$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,9 \text{ m} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8 \text{ m}\right)}$$

$$v_2 = 6,63 \text{ m/s}$$

#### Aufgabe 4

Ein Erdgasbrenner benötigt 1.200 Sekunden um 9 Liter Wasser von 22 °C auf 97 °C zu erwärmen. Pro Stunde verbraucht der Brenner 0,42 m<sup>3</sup> Erdgas. Mit welchem Wirkungsgrad arbeitet der Gasbrenner?

#### Lösung:

Wärmemenge zum Erhitzen des Wassers:

$$Q = m * c * \Delta T$$

$$Q = 9 \text{ kg} * 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} * \text{K}} * 75 \text{ K}$$

$$Q = 2.821,5 \text{ kJ}$$

$$Q = 2.821.500 \text{ J}$$

Energiegehalt des verbrauchten Erdgases:

$$Q = V * H_i$$

$$Q = 0,42 \text{ m}^3 * 35.000 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}$$

$$Q = 14.700 \text{ kJ} \quad \text{Energieverbrauch für eine Stunde}$$

$$Q = 14.700.000 \text{ J}$$

Berechnung des Energieverbrauchs für 1.200 Sekunden:

$$14.700.000 : 3600 \cdot 1.200 = 4.900.000 \text{ J}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$$\eta = \frac{2.821.500 \text{ J}}{4.900.000 \text{ J}}$$

$$\eta = 0,58$$

## Aufgabe 5

Sie möchten 7 Liter Wasser in einem Topf von 21 °C auf 85 °C erhitzen. Hierfür verwenden Sie einen Gasbrenner, von dem Sie wissen, dass er 0,3 m<sup>3</sup> Erdgas in einer Stunde verbraucht. Der Gesamtwirkungsgrad von Topf und Gasbrenner sei mit 62 % festgelegt.

Wie lange wird es dauern, bis das Wasser die von Ihnen gewünschte Temperatur erreicht hat? Berechnen Sie die Zeit in Sekunden.

### Lösung:

Ges.: t      Geg.: V = 7 l      T<sub>1</sub> = 21°C      T<sub>2</sub> = 85°C      η = 0,62      V<sub>Erdgas</sub> = 0,3m<sup>3</sup>

Berechnung der benötigten Wärmemenge (Energie) für die Erwärmung des Wassers.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$Q = 7kg \cdot 4,18 \frac{kg}{kg \cdot K} \cdot 64 K$$

$$Q = 1.872,64 kJ = 1.872.640 J$$

Ermittlung der Wärmemenge, die der Brenner zur Verfügung stellen muss.

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad \text{umformen nach } W_{zu}$$

$$\eta \cdot W_{zu} = W_{ab}$$

$$W_{zu} = \frac{W_{ab}}{\eta} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$W_{zu} = \frac{1.872.640 J}{0,62} = 3.020.387,1 J$$

Berechnung der benötigten Zeit über die Leistung des Herdes.

$$P_{Herd} = \frac{W}{t} = \frac{Q}{t}$$

Um die Leistung berechnen zu können, müssen wir zunächst ermitteln, wie viel Energie in 0,3 m<sup>3</sup> Erdgas enthalten sind.

$$Q = H_i \cdot V \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$Q = 35.000 kJ \cdot 0,3 m^3$$

$$Q = 10.500 kJ$$

Jetzt kann die Leistung des Herdes berechnet werden.

$$P_{Herd} = \frac{Q}{t}$$

$$P_{Herd} = \frac{10.500.000 \text{ J}}{3.600 \text{ s}}$$

$$P_{Herd} = 2.916,67 \text{ W}$$

Jetzt können wir die Zeit berechnen.

$$W = P \cdot t \quad \text{umformen nach } t$$

$$t = \frac{W}{P}$$

$$t = \frac{3.020.387,1 \text{ J}}{2.916,67 \text{ W}}$$

$$t = 1.035,56 \text{ s}$$

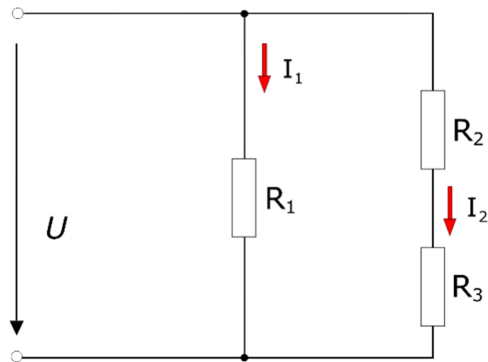
Es dauert 17 Minuten und 16 Sekunden, bis das Wasser von 21°C auf 85 °C erwärmt wurde.

## Aufgabe 6

Ein Glühofen, der mit 230 V Wechselspannung betrieben wird, hat eine maximale Heizleistung von  $P_{\max} = 3.450 \text{ W}$ .

Die Hitze wird im Ofen durch drei Heizwiderstände erzeugt, die den gleichen Widerstandswert haben. Es gilt somit  $R_1 = R_2 = R_3$ .

In der Heizstufe II wird die maximale Leistung von 3.450 W erreicht. Die Schaltung in Heizstufe zwei sieht wie folgt aus:



- Berechnen Sie die Stromstärken  $I_1$  und  $I_2$  und die Gesamtstromstärke  $I_{\text{ges}}$ .
- Welchen Einzel-Widerstandswert haben die drei Widerstände jeweils?
- Berechnen Sie den Gesamtstrom und die Heizleistung, die sich ergibt, wenn die drei Widerstände in Reihe geschaltet werden.
- Angenommen Sie möchten einen der drei Widerstände durch einen Konstantandraht mit dem Durchmesser  $d = 0,27 \text{ mm}$  ersetzen. Wie lang muss der Draht sein?

## Lösung:

Zu a)

Wir können den Gesamtstrom  $I_{\text{ges}}$  nicht mit der Formel  $I = \frac{U}{R}$  berechnen, da wir die Widerstände nicht kennen. Aber wir haben den Wert für die Leistung.

$$P = U \cdot I \quad \text{umformen nach } I$$

$$I_{\text{ges}} = \frac{P}{U} = \frac{3.450 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 15 \text{ A}$$

Es ist bekannt, dass sich der Gesamtstrom in einer Parallelschaltung nach der Größe der Widerstandswerte verteilt. Je kleiner der Widerstand in einem Strang ist, umso größer ist der Anteil des Stromes, der durch ihn fließt und umgekehrt. Da alle Widerstände gleich groß sind, also den gleichen Einzel-Widerstandswert haben, wissen wir, dass die Summe aus  $R_2$  und  $R_3$  doppelt so groß ist wie  $R_1$ . Daraus folgt, dass der Strom durch  $R_1$  doppelt so groß ist, wie der Strom, der durch  $R_2 + R_3$  fließt.

Wir wissen also, dass 2 Teile des Gesamtstromes durch  $R_1$  fließen und ein Teil des Gesamtstromes durch den Strang mit  $R_2$  und  $R_3$ . Wir rechnen also:

$$I_{\text{ges}} : 3 = 15 \text{ A} : 3 = 5 \text{ A}$$

Wir wissen jetzt, dass ein Teil des Gesamtstromes 5 A beträgt. Das ist der Strom, der durch den Strang mit  $R_2$  und  $R_3$  fließt.

$$I_2 = 5 \text{ A}$$

Zwei Teile des Stromes fließen durch  $R_1$ , also

$$I_1 = 2 \cdot 5 \text{ A} = 10 \text{ A}$$

Zu b)

Wir können jetzt z. B.  $R_1$  berechnen mit

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{230 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 23 \Omega$$

Und da wir gesagt haben, dass alle Widerstände gleichgroß sind, gilt:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 23 \Omega$$

Zu c)

Werden die Widerstände in Reihe geschaltet, dann kann man die Widerstandswerte einfach addieren:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 = 23 \Omega + 23 \Omega + 23 \Omega = 69 \Omega$$

Jetzt, da wir den Gesamtwiderstand haben, können wir den Gesamtstrom berechnen:

$$I_{\text{ges}} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \text{ V}}{69 \Omega} = 3,33 \text{ A}$$

Jetzt berechnen wir die Leistung:

$$P = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 3,33 \text{ A} = 766,67 \text{ W}$$

Zu d)

Wir brauchen die folgende Formel:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad \text{umformen nach } L$$

$$L = \frac{R \cdot A}{\rho} \quad \text{NR: } A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,27 \text{ mm})^2 = 0,057 \text{ mm}^2$$

$$L = \frac{23 \Omega \cdot 0,057 \text{ mm}^2}{0,49 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}} = 2,68 \text{ m}$$

## Aufgabe 7

Ein Benzinmotor verbraucht pro Minute 850 g Benzin. Hierbei gibt er eine Leistung von 200 kW ab.

Ermitteln Sie rechnerisch den Wirkungsgrad des Motors.

### Lösung:

Die Formel für den Wirkungsgrad lautet:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

Die zugeführte Leistung zu berechnen, müssen wir berechnen wie viel Energie in 850 Gramm (0,85 kg) Benzin steckt:

$$Q = m \cdot H_i \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$Q = 0,85 \text{ kg} \cdot 42000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$Q = 35700 \text{ kJ}$$

35700 kJ Energie stecken in 0,85 kg Benzin. Diese Energie wird in einer Minute, also 60 Sekunden verbraucht. Wir berechnen die Leistung:

$$P = \frac{Q}{t} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P = \frac{35.700.000 \text{ J}}{60 \text{ s}}$$

$$P_{zu} = 595.000 \text{ W}$$

Die zugeführte Leistung beträgt 595.000 W. Die abgegebene Leistung  $P_{ab}$  beträgt laut Aufgabenstellung 200.000 W. Wir können jetzt den Wirkungsgrad berechnen:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$\eta = \frac{200.000 \text{ W}}{595.000 \text{ W}}$$

$$\eta = 33,61 \%$$

## Aufgabe 8

Ein Heizgerät arbeitet mit 230 V/ 50 Hz. Sie führen eine Widerstandsmessung an der Heizwicklung durch und ermitteln einen Wert von 32,6  $\Omega$ .

- a) Mit welcher Heizleistung arbeitet das Heizgerät?
- b) Um das Heizgerät in einem weit entfernten Raum zu betreiben, verwenden Sie ein sehr langes Verlängerungskabel. Dadurch liegen am Heizgerät nur noch 92 % der Anschlussspannung an. Erklären Sie, warum das so ist.
- c) Berechnen Sie die Stromstärke und die Leistung des Heizgerätes, die sich ergeben, wenn Sie das Verlängerungskabel verwenden.

Lösung zu a):

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = \frac{(230 \text{ V})^2}{32,6 \Omega}$$

$$P = 1.622,7 \text{ W}$$

Lösung zu b):

Ein sehr langes Kabel hat einen entsprechend hohen Widerstandswert. Dadurch fällt an dem Kabel eine bestimmte Spannung ab, sodass im Umkehrschluss ein kleinerer Teil der Spannung am Heizgerät abfällt.

Dass am Heizgerät nur noch 92 % der Anschlussspannung anliegen, liegt am **Spannungsabfall** über das Verlängerungskabel. Jedes Kabel besitzt einen eigenen, wenn auch geringen, elektrischen Widerstand ( $R_{\text{Kabel}}$ ).

Das Heizgerät und das Verlängerungskabel bilden eine Reihenschaltung. Die Gesamtspannung ( $U_{\text{Gesamt}}$ ) der Steckdose teilt sich daher auf den Widerstand des Kabels und den Widerstand des Heizgeräts auf:

$$U_{\text{Gesamt}} = U_{\text{Kabel}} + U_{\text{Heizgerät}}$$

Ein Teil der Spannung wird also vom Kabel "verbraucht". Je länger und dünner das Kabel ist, desto höher ist sein Widerstand und desto größer ist der Spannungsabfall. Dies führt dazu, dass die Spannung am Ende des Kabels (also am Heizgerät) niedriger ist.

Lösung zu c):

Wir berechnen 8 % der Spannung:

$$0,08 \cdot 230 \text{ V} = 18,4 \text{ V}$$

Wir ziehen den Wert von der ursprünglichen Spannung ab:

$$U_{\text{Heizgerät}} = 230 \text{ V} - 18,4 \text{ V}$$

$$U_{\text{Heizgerät}} = 211,6 \text{ V}$$

Wir berechnen den neuen Strom:

$$I = \frac{U_{\text{Heizgerät}}}{R_{\text{Heizgerät}}}$$

$$I = \frac{211,6 \text{ V}}{32,6 \Omega}$$

$$I = 6,49 \text{ A}$$

Wir berechnen die neue Leistung:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = \frac{(211,6 \text{ V})^2}{32,6 \Omega}$$

$$P = 1.373,45 \text{ W}$$

## Aufgabe 9

Ein Lkw mit der Masse 7,5 t fährt mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h.

- a) Berechnen Sie die Energie des fahrenden Lkw.
- b) Der Lkw bremst und verzögert dabei seine Geschwindigkeit gleichmäßig 7 Sekunden lang bis er zum Stillstand kommt. Berechnen Sie den Bremsweg.

Lösung zu a):

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 7.500 \text{ kg} \cdot \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \quad \text{NR: } 90 : 3,6 = 25$$

$$W_{\text{kin}} = 2.343.750 \text{ J}$$

$$W_{\text{kin}} = 2.343,75 \text{ kJ}$$

Lösung zu b):

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s}$$

$$s = 87,5 \text{ m}$$

## Aufgabe 10

Ein Kran hebt ein 95 kg schweres Werkstück in 37 Sekunden auf eine Höhe von  $h = 12$  Metern.

- a) Wie groß ist die Lageenergie des Werkstücks in Joule auf der Höhe von 12 Metern?
- b) Berechnen Sie die mechanische Leistung, die erbracht wurde.
- c) Das Werkstück löst sich aus seiner Befestigung und fällt auf den Boden. Welche Geschwindigkeit hat das Werkstück, wenn es auf den Boden auftrifft?

Lösung zu a):

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{pot} = 95 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \text{ m}$$

$$E_{pot} = 11.183,40 \text{ J}$$

Lösung zu b):

$$P = \frac{E_{pot}}{t}$$

$$P = \frac{11.183,40 \text{ J}}{37 \text{ s}}$$

$$P = 302,25 \text{ W}$$

Lösung zu c):

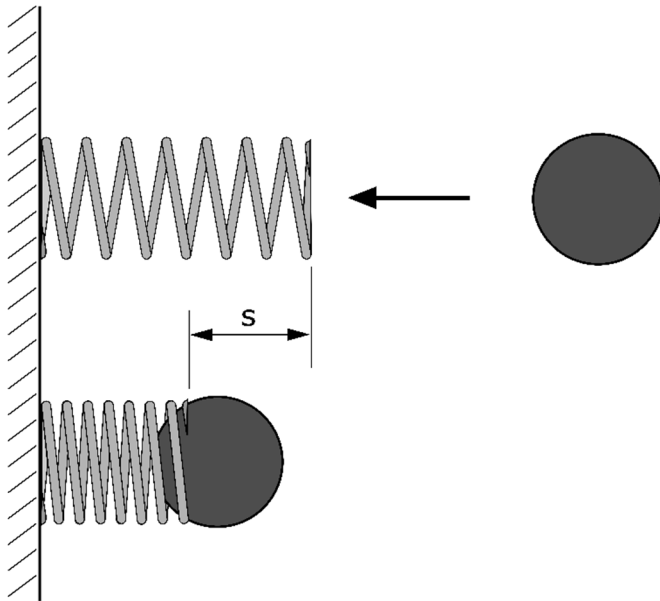
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \text{ m}}$$

$$v = 15,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## Aufgabe 11

Eine Kugel, die eine Masse von 1400 g hat, wird von einer Druckfeder abgebremst.



Die Federrate der Druckfeder beträgt  $R = 2.100 \text{ N/m}$ . Die Geschwindigkeit der Kugel beträgt beim Auftreffen auf die Feder  $0,9 \text{ m/s}$ .

Berechnen Sie den Bremsweg der Kugel.

### Lösung:

Der gedankliche Ansatz in dieser Aufgabe ist das Prinzip der Energieerhaltung. Unter Vernachlässigung von Reibungsverlusten und anderer Verluste, gilt das Prinzip, dass die kinetische Energie der Kugel in Federenergie umgewandelt wird.

$$E_{\text{Kin}} = E_{\text{Feder}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s^2 \quad \text{umformen nach } s$$

$$m \cdot v^2 = R \cdot s^2$$

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = s^2 \quad \text{Wurzel ziehen auf beiden Seiten}$$

$$\sqrt{\frac{m \cdot v^2}{R}} = s \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$\sqrt{\frac{1,4 \text{ kg} \cdot (0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2.100 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = s$$

$$s = 0,023 \text{ m}$$

## Aufgabe 12

Für einen Wärmebehandlungsprozess (Weichglühen) müssen 680 kg gehärteter Stahl von 21 °C auf 731 °C erhitzt werden. Der Wirkungsgrad dieses Vorgangs beträgt 76 %. Der Stahl muss anschließend auf der erreichten Temperaturstufe für eine kurze Zeit verweilen. Um diese Verweilzeit auf 786 °C zu gewährleisten, wird eine zusätzliche Energie von 400 MJ benötigt.

Der für die Wärmebehandlung eingesetzte Glühofen wird mit Erdgas betrieben. Berechnen Sie, wie viel Kubikmeter Erdgas für den gesamten Prozess benötigt wird.

### Lösung:

Wir berechnen, wie viel Energie benötigt wird, um den Stahl von 21 °C auf 786 °C zu erhitzen.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$Q = 680 \text{ kg} \cdot 0,51 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 710 \text{ K}$$

$$Q = 246.228 \text{ kJ}$$

Anschließend werden noch 400 MJ für die Verweiltemperatur benötigt. Also muss insgesamt die folgende Energie zur Verfügung gestellt werden:

$$Q_{ges} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_{ges} = 246.228 \text{ kJ} + 400.000 \text{ kJ}$$

$$Q_{ges} = 646.228 \text{ kJ}$$

Dies ist die Energie, die an den Stahl abgegeben wurde. Mit der Formel für den Wirkungsgrad berechnen wir die Energie, die vom Ofen bereitgestellt werden muss (zugeführte Energie  $Q_{zu}$ ):

$$\eta = \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} \quad \text{umformen nach } Q_{zu}$$

$$\eta \cdot Q_{zu} = Q_{ab}$$

$$Q_{zu} = \frac{Q_{ab}}{\eta} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$Q_{zu} = \frac{646.228 \text{ kJ}}{0,76}$$

$$Q_{zu} = 850.300 \text{ kJ}$$

Wir berechnen, wie viel Erdgas für die Bereitstellung von 850.300 kJ Wärme benötigt wird:

$$Q = H_i \cdot V \quad \text{umformen nach } V$$

$$V = \frac{Q}{H_i} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$V = \frac{850.300 \text{ kJ}}{35.000 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}}$$

$$V = 24,29 \text{ m}^3$$

### Aufgabe 13

Ein elektrischer Lastenaufzug hebt eine Last mit einer Masse von 2 t innerhalb von 15 Sekunden um eine Höhe von 17 m an. Der Gesamtwirkungsgrad des Lastenaufzugs beträgt 71 %.

Berechnen Sie die erforderliche elektrische Leistungsaufnahme des Motors aus dem Stromnetz, die notwendig ist, um die Last mit den angegebenen Bedingungen anzuheben.

### Lösung:

Wir berechnen zuerst die mechanische Leistung, die bereitgestellt werden muss, um 2 t innerhalb von 15 Sekunden auf eine Höhe von 17 Metern zu heben. Wir verwenden hierzu die Formel für die Hubleistung:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P = \frac{2.000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 17 \text{ m}}{15 \text{ s}}$$

$$P = 22.236 \text{ W} = 22,24 \text{ kW}$$

Der Motor, muss aber mehr als diese Leistung aufbringen, da ja ein Teil der Leistung durch die Verluste verlorengeht. Dies wird durch den Wirkungsgrad ausgedrückt. Die Formel für den Wirkungsgrad lautet:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$P_{ab}$ , ist die Leistung, die an die Last abgegeben wurde, die beträgt 22,24 kW. Wir suchen  $P_{zu}$ , das ist die Leistung, die der Motor hierfür aufbringen muss. Wir stellen die Formel nach  $P_{zu}$  um:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{umformen nach } P_{zu}$$

$$\eta \cdot P_{zu} = P_{ab}$$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta} \quad \text{Werte einsetzen}$$

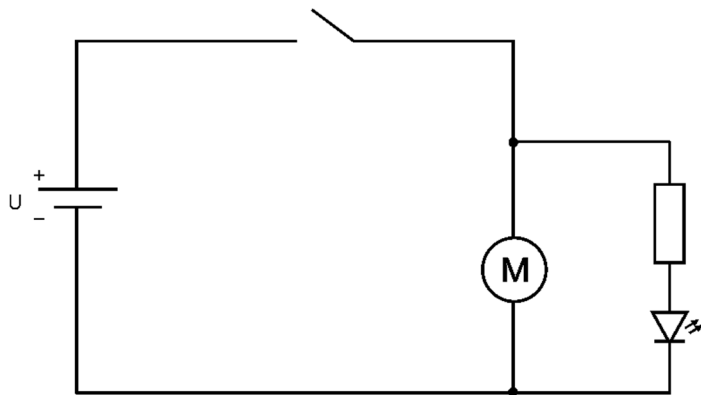
$$P_{zu} = \frac{22,24 \text{ kW}}{0,71}$$

$$P_{zu} = 31,32 \text{ kW}$$

Der Motor muss eine Leistung von 31,32 kW aufbringen, um bei einem Wirkungsgrad von 71 % eine Leistung von 22,24 kW abzugeben.

## Aufgabe 14

Für einen Elektromotor soll eine LED als Meldeleuchte eingesetzt werden. Läuft der Motor, dann geht auch die LED an.



Der Motor wird mit 24 V betrieben und hat eine Leistung von 3,2 W. Für die LED wäre aber eine Spannung von 24 V zu hoch, da sie für 2,6 V und 20 mA ausgelegt ist. Sie würde durchbrennen, sobald der Schalter umgelegt wird.

Man schaltet einen Vorwiderstand vor die LED, um diese zu schützen.

- Berechnen Sie, welchen Widerstandswert der Vorwiderstand haben muss und seine zugehörige Teilspannung.
- Welche Leistung hat der Vorwiderstand?
- Berechnen Sie den Widerstand des Elektromotors.
- Wie groß ist die Gesamtstromstärke der Schaltung und wie groß ist die Gesamtleistung?

### Lösung:

Zu a)

Da es sich um eine Parallelschaltung handelt, liegen am Motor und an dem zweiten Strang (mit Widerstand und LED) die gleiche Spannung von 24 V an.

Vorwiderstand und LED aber sind in Reihe geschaltet, sodass sich die Spannung auf die beiden aufteilt.

Im Text steht, dass die LED mit 2,6 V arbeitet, das bedeutet, dass an ihr diese Spannung abfällt, bzw. der Vorwiderstand so beschaffen sein soll, dass an ihr 2,6 V abfallen. Am Vorwiderstand müssen dann also  $24\text{ V} - 2,6\text{ V} = 21,4\text{ V}$  abfallen.

Der Teilstrom dieses Stranges ist gegeben mit  $I = 20\text{ mA}$ , das sind  $0,02\text{ A}$ .

Jetzt können wir die Werte  $I = 0,02$  und  $U = 21,4\text{ V}$  verwenden, um die Größe des Vorwiderstandes zu berechnen.

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{umformen nach } R$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{21,4\text{ V}}{0,02\text{ A}} = 1070\ \Omega$$

Der Vorwiderstand muss  $1070\ \Omega$  haben, damit in dem rechten Strang 20 mA fließen und eine Spannung von 2,6 V an der LED anliegen.

Zu b)

Wir nehmen die Spannung, die am Vorwiderstand abfällt und den Strom, der im Strang „Vorwiderstand /LED“ fließt.

$$P = U \cdot I$$

$$P = 21,4 \text{ V} \cdot 0,02 \text{ A} = 0,428 \text{ W}$$

Zu c)

Um den Widerstand des Elektromotors berechnen zu können, benötigen wir zuerst die Stromstärke im Strang mit dem Elektromotor. Hierzu verwenden wir die Formel für die Leistung:

$$P = U \cdot I \quad \text{umformen nach } I$$

$$I = \frac{P}{U}$$

$$I = \frac{3200 \text{ mW}}{24 \text{ V}} = 133,33 \text{ mA}$$

Jetzt können wir mit der Formel  $P = I^2 \cdot R$  den Widerstand des Elektromotors bestimmen.

$$P = I^2 \cdot R \quad \text{umformen nach } R$$

$$R = \frac{P}{I^2} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$R = \frac{3,2 \text{ W}}{(0,13333 \text{ A})^2}$$

$$R = 180,01 \text{ } \Omega$$

Zu d)

$$I = I_{\text{Elektromotor}} + I_{\text{LED}} = 133,33 \text{ mA} + 20 \text{ mA} = 153,33 \text{ mA}$$

$$P = U \cdot I = 24 \text{ V} \cdot 153,33 \text{ mA} = 3679,92 \text{ mW}$$

## Aufgabe 15

Während einer 290 km langen Fahrt auf der Autobahn bewegt sich ein PKW mit gleichbleibender Geschwindigkeit und verbraucht dabei 22 Liter Benzin. Die durchschnittliche Kraft, die benötigt wird, um Bodenreibung, Luftwiderstand diverse Unebenheiten und Steigungen zu überwinden, beläuft sich auf 500 N.

Wie hoch ist der Gesamtwirkungsgrad des PKWs während dieser Fahrt?

### Lösung:

Wir berechnen zunächst welche Energie der Wagen aufbringen muss um eine Kraft von 500 N auf einer Distanz von 290 km aufrechtzuerhalten.

$$W = F \cdot s \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$W = 500 \, \text{N} \cdot 290.000 \, \text{m}$$

$$W = 145\,000\,000 \, \text{J} = 145\,000 \, \text{kJ}$$

Das ist  $W_{\text{ab}}$ , also die Arbeit, die auf die Fahrbahn abgegeben wurde. Nun berechnen wir, wie viel an Energie hierfür aufgebracht werden musste in Form von verbranntem Benzin.

$$Q = m \cdot H_i$$

Wir brauchen aber die Masse des Benzins. Diese berechnen wir mit der Formel für die Dichte:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{umformen nach m}$$

$$m = \rho \cdot V \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$m = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 22 \, \text{dm}^3$$

$$m = 17,6 \, \text{kg}$$

Wir setzen in die Formel für Q ein:

$$Q = m \cdot H_i$$

$$Q = 17,6 \, \text{kg} \cdot 42.000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$Q = 739.200 \, \text{kJ}$$

Wir berechnen den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$\eta = \frac{145\,000\text{ kJ}}{739\,200\text{ kJ}} = 0,1962 = 19,62\%$$

## Aufgabe 16

Eine Pumpe fördert innerhalb von 30 Minuten eine Heizölmenge von 18 m aus einem Vorratsbehälter in einen 17 m höher gelegenen Tank.

Die Pumpe arbeitet mit einem Gesamtwirkungsgrad von 65 %

1. Berechnen Sie die elektrische Leistung, die der Pumpenmotor aus dem Stromnetz aufnehmen muss, um die angegebene Förderleistung zu erreichen.
2. Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit des Heizöls in der Förderleitung. Der Innendurchmesser der Förderleitung beträgt 60 mm.

### Lösung zu 1.:

Ges.:  $P_{zu}$                       Geg.:  $V = 18 \text{ m}^3$        $h = 17 \text{ m}$        $\eta = 0,65$

Wir berechnen zuerst die Masse des geförderten Heizöls:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \rho \cdot V \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$m = 0,83 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 18.000 \text{ dm}^3$$

$$m = 14.940 \text{ kg}$$

Wir berechnen die abgegebene Leistung mit der Formel für die Hubleistung:

$$P_{ab} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P_{ab} = \frac{14.940 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 17 \text{ m}}{1.800 \text{ s}}$$

$$P_{ab} = 1.384,19 \text{ W}$$

Wir berechnen die zugeführte Leistung mit der Formel für den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{umformen nach } P_{zu}$$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P_{zu} = \frac{1.384,19 \text{ W}}{0,65}$$

$$P_{zu} = 2.129,52 \text{ W}$$

Die der Pumpe zugeführte Leistung beträgt  $P_{zu} = 2.129,52 \text{ W}$

## Lösung zu 2:

Ges.:  $v$

Geg.:

$$Q = A \cdot v \quad \text{umformen nach } v$$

$$v = \frac{Q}{A} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$v = \frac{36 \frac{m^3}{h}}{0,0028274 m^2}$$

$$\text{NR: } A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} = (0,06 m)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0,0028274 m^2$$

$$v = 12.732,55 \frac{m}{h} \quad \text{umrechnen in m pro Sekunde}$$

$$v = 3,54 \frac{m}{s}$$

## Aufgabe 17

Ein Pumpspeicherwerk, das mit einem gesamten Wirkungsgrad von 78 % arbeitet, speichert das Wasser auf einer Höhe von 38 Metern.

In Zeiten sehr hohen Strombedarfs speist das Pumpspeicherwerk in 4 Stunden 29.000 kWh an elektrischer Energie in das Stromnetz ein.

1. Welche potentielle Energie wird benötigt, um die 29.000 kWh an elektrischer Energie zu erzeugen?
2. Welche Masse an Wasser wird hierfür insgesamt benötigt? Geben Sie Ihr Ergebnis in Tonnen an.
3. Welcher Volumenstrom des Wassers im m<sup>3</sup>/min wird hierfür benötigt?

Die im Wasser gespeicherte potentielle Energie wird in elektrische Energie umgewandelt. Dabei kommt es zu Verlusten, die durch den Wirkungsgrad ausgedrückt werden.

### Lösung zu 1.:

$$\eta = \frac{E_{ab}}{E_{zu}}$$

$$\eta = \frac{E_{elektrisch}}{E_{pot}} \quad \text{Umformen nach } E_{pot}$$

$$E_{pot} = \frac{E_{elektrisch}}{\eta}$$

$$E_{pot} = \frac{29.000 \text{ kWh}}{0,78}$$

$$E_{pot} = 37.179,49 \text{ kWh}$$

Da kWh eher für elektrische Energie verwendet wird, kann man das Ergebnis in kJ umrechnen:

$$37.179,49 \text{ kWh} \cdot 3.600 \text{ s} = 133.846.164 \text{ kJ}$$

### Lösung zu 2.:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \frac{E_{pot}}{g \cdot h} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$m = \frac{133.846.164 \text{ kJ}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 38 \text{ m}}$$

$$m = 359.084,67 \text{ t}$$

### Lösung zu 3.:

$$Q = \frac{V}{t}$$

Wir benötigen das Volumen des Wassers. Wir bestimmen es über die Formel für die Dichte:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{umformen nach } V$$

$$V = \frac{m}{\rho} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$V = \frac{359.084,67 \text{ t}}{1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}}$$

$$V = 359.084,67 \text{ m}^3$$

Wir setzen die Werte in die Formel für den Volumenstrom ein:

$$Q = \frac{V}{t} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$Q = \frac{359.084,67 \text{ m}^3}{240 \text{ min}}$$

$$Q = 1.496,19 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

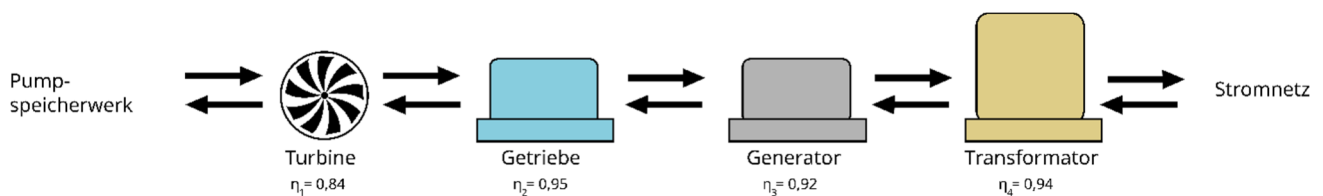
## Aufgabe 18

Ein Pumpspeicherkraftwerk speichert elektrische Energie, indem Wasser aus einem Unterbecken in ein höher gelegenes Oberbecken gepumpt wird. In der Nacht nimmt das Pumpspeicherkraftwerk über 8,5 Stunden eine elektrische Leistung von 545 kW aus dem Stromnetz auf. Dabei arbeitet der Generator als Motor und die Turbine als Pumpe.

Tagsüber wird das Wasser wieder abgelassen. Dabei arbeitet die Pumpe als Turbine und der Motor als Generator, der elektrische Energie in das Stromnetz einspeist.

Die Wirkungsgrade der einzelnen Komponenten sind dem Schaubild zu entnehmen und bei den Berechnungen zu berücksichtigen.

1. Berechnen Sie, welche elektrische Energie tagsüber in das Stromnetz eingespeist werden kann.
2. Bestimmen Sie die elektrische Leistung, die der Generator während des Turbinenbetriebs an das Stromnetz abgibt.



### Lösung zu 1.:

Wir berechnen zunächst, welche Energie in der Nacht im Pumpspeicherwerk gespeichert wird:

$$P = \frac{E_{pot}}{t}$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

Wir brauchen  $\eta_{ges}$ , also den Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta_{ges} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 = 0,84 \cdot 0,95 \cdot 0,92 \cdot 0,94 = 0,69$$

$$\eta_{ges} = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{umformen nach } P_{ab}$$

$$P_{ab} = \eta_{ges} \cdot P_{zu} \quad \text{Wert einsetzen}$$

$$P_{ab} = 0,69 \cdot 545 \text{ kW}$$

$$P_{ab} = 376,05 \text{ kW}$$

Wir berechnen die potenzielle Energie, die im Pumpspeicherwerk gespeichert wird:

$$P = \frac{E_{pot}}{t} \quad \text{umformen nach } E_{pot}$$

$$E_{pot} = P \cdot t \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$E_{pot} = 376,05 \text{ kW} \cdot 8,5 \text{ h}$$

$$E_{pot} = 3196,43 \text{ kWh}$$

Jetzt berechnen wir, welche Energie tagsüber erzeugt wird:

$$E_{el} = E_{pot} \cdot \eta_{ges}$$

$$E_{el} = 3196,43 \text{ kWh} \cdot 0,69$$

$$E_{el} = 2205,54 \text{ kWh}$$

### **Lösung zu 2.:**

$$P = \frac{E_{el}}{t}$$

$$P = \frac{2\,205,54 \text{ kWh}}{15,5 \text{ h}}$$

$$P = 142,29 \text{ kW}$$

## Aufgabe 19

Ein Wasserkocher ist mit einer Leistung von 2000 W gekennzeichnet (Typenschild). Beim Erhitzen gehen etwa 17 % der zugeführten elektrischen Energie verloren.

Berechnen Sie die Zeit, die erforderlich ist, um 0,8 Liter Wasser von 22 °C auf den Siedepunkt zu erhitzen, und geben Sie das Ergebnis in Minuten und Sekunden an.

### Lösung:

Wir berechnen zuerst die Energie, die benötigt wird, um 0,8 Liter Wasser von 22 °C auf 100 °C zu erhitzen. Dazu nehmen wir die folgende Formel:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$Q = 0,8 \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 78 \text{ K}$$

$$Q = 260832 \text{ J} = 260,83 \text{ kJ}$$

In der Aufgabenstellung ist nach der Zeit gefragt, die für den Erhitzungsvorgang benötigt wird. Wenn bei einem Energieumwandlungsvorgang zusätzlich die benötigte Zeit betrachtet wird, wird die Leistung relevant. Die Leistung gibt an, wie viel Energie pro Zeit umgesetzt beziehungsweise übertragen wird. Je schneller eine bestimmte Energiemenge umgesetzt beziehungsweise übertragen wird, desto höher ist die Leistung. Die Formel für die Wärmeleistung lautet:

$$P = \frac{Q}{t}$$

Das bedeutet, wir bekommen die Zeit, die benötigt wird, wenn wir diese Formel nach t umformen:

$$P = \frac{Q}{t} \quad \text{umformen nach t}$$

$$P \cdot t = Q$$

$$t = \frac{Q}{P}$$

In der Aufgabenstellung ist die Leistung mit  $P = 2.000 \text{ W}$  angegeben. Leider können wir diesen Wert nicht in die Formel einsetzen, denn diese Leistung ist nicht die an das Wasser abgegebene Leistung. Der Wasserkocher arbeitet mit einem Verlust von 17 %. Das heißt sein Wirkungsgrad ist  $100 \% - 17 \% = 83 \%$ . Das bedeutet, dass von der Leistung  $2.000 \text{ W}$  nur 83 % im Wasser ankommen. Wir berechnen die an das Wasser abgegebene Leistung mit Prozentrechnung, oder mit der Formel für den Wirkungsgrad:

Mit Prozentrechnung:

$$P_{ab} = P_{zu} \cdot 0,83$$

$$P_{ab} = 2.000 \text{ W} \cdot 0,83$$

$$P_{ab} = 1.660 \text{ W}$$

Mit Wirkungsgradformel:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{umformen nach } P_{ab}$$

$$\eta \cdot P_{zu} = P_{ab} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$P_{ab} = 0,83 \cdot 2.000 \text{ W}$$

$$P_{ab} = 1.660 \text{ W}$$

Den Wert für  $P_{ab}$  können wir jetzt in die obige Formel einsetzen:

$$t = \frac{Q}{P} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$t = \frac{260.832 \text{ J}}{1.660 \text{ W}}$$

$$t = 157,13 \text{ s}$$

Da die benötigte Zeit in vollen Sekunden angegeben werden soll und die erforderliche Energie erst nach 157,13 s übertragen wurde, werden 158 s benötigt. Dies entspricht einer Zeit von 2 min und 38 s.