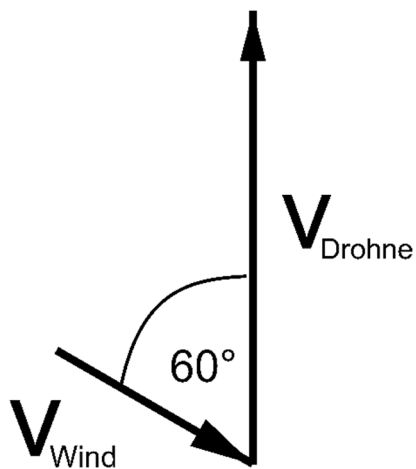
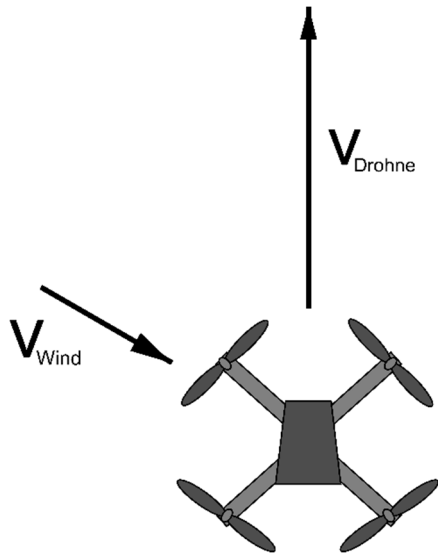


Aufgabe 1

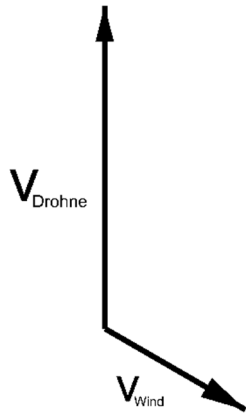
Eine Drohne fliegt wie in der Abbildung dargestellt, mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h. Ein Seitenwind erfasst die Drohne im Winkel von 60° zur Flugrichtung. Der Wind hat eine Geschwindigkeit von 20 km/h.



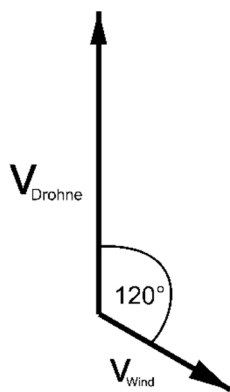
1. Zeichnen Sie auf kariertem Papier die wirkenden Kräfte und bestimmen Sie zeichnerisch die resultierende Geschwindigkeit und die Richtung der Drohne (10 km/h = 10 mm).
2. Bestimmen Sie rechnerisch den Betrag der resultierenden Geschwindigkeit.

Lösung zu 1:

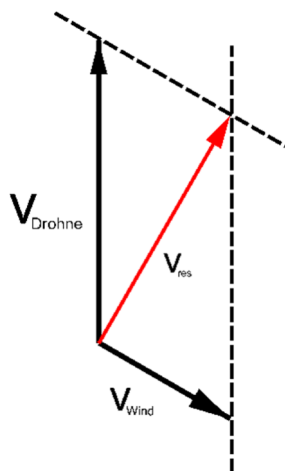
Wir legen den Geschwindigkeitspfeil des Windes wie folgt an den Anfangspunkt des anderen Pfeiles:



Der Pfeil für den Wind muss 20 mm und der Pfeil für die Drohne 40 mm lang sein. Aus den Winkelgesetzen lässt sich ableiten, dass der Winkel zwischen den beiden Pfeilen 120° betragen muss ($180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$).

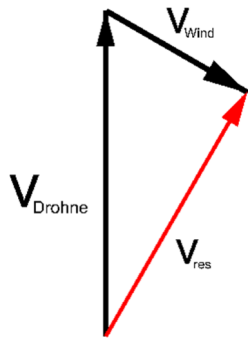


Wir zeichnen das Kräfteparallelogramm und zeichnen den Pfeil für die resultierende Geschwindigkeit:



Wir messen die Länge des Pfeils und kommen auf ca. 35 mm. Die resultierende Geschwindigkeit beträgt ca. 35 km/h.

Wir hätten statt des Kräfteparallelogramms auch mit dem Kräftedreieck lösen können:



Lösung zu 2:

Wir verwenden die folgende Formel (S. 46 in der Formelsammlung):

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \alpha)}$$

Die Gesetze der vektoriellen Addition gelten nicht nur für Kräfte, sondern auch für Geschwindigkeiten, deswegen kann man mit der Formel auch die resultierende Geschwindigkeit berechnen. Man kann also statt F überall auch v schreiben:

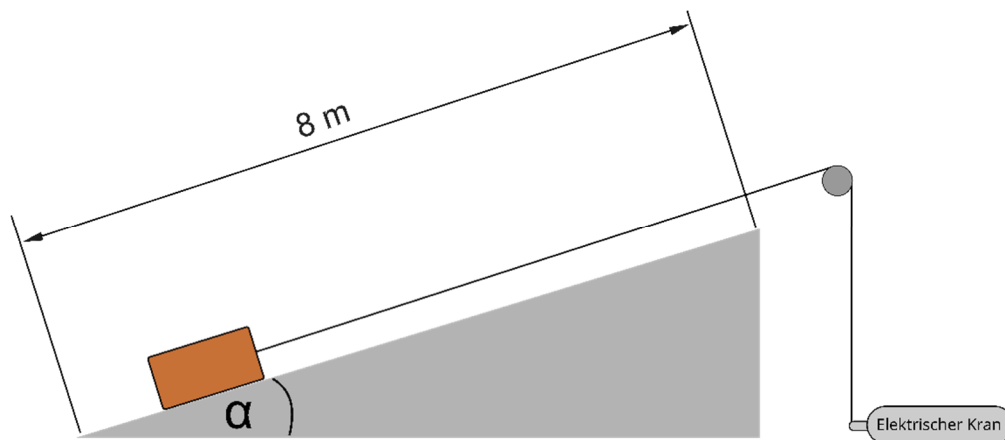
$$v_{res} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \cos(180^\circ - \alpha)} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$v_{res} = \sqrt{\left(20 \frac{km}{h}\right)^2 + \left(40 \frac{km}{h}\right)^2 - 2 \cdot 20 \frac{km}{h} \cdot 40 \frac{km}{h} \cdot \cos(180^\circ - 120^\circ)}$$

$$v_{res} = 34,65 \frac{km}{h}$$

Aufgabe 2

Ein Paket mit der Masse $m = 70 \text{ kg}$ wird eine schiefe Ebene hochgezogen:



1. Berechnen Sie die mechanische Arbeit, die verrichtet werden muss, um das Paket mit gleichmäßiger Geschwindigkeit vollständig nach oben zu ziehen. Der Winkel α beträgt 17° . Die Reibung kann vernachlässigt werden
2. Welche mechanische Leistung wird erbracht, wenn das Paket innerhalb von 7 Sekunden hochgezogen wird?
3. Welche elektrische Leistung nimmt der Kran aus dem Stromnetz auf, wenn er mit einem Wirkungsgrad von 78 % arbeitet?

Lösung zu 1.:

Wir müssen zunächst F_Z berechnen. F_Z ist die Zugkraft, die aufgebracht werden muss, um das Paket hochziehen zu können. Wenn keine Reibung vorhanden ist, entspricht F_Z der Hangabtriebskraft F_H .

$$F_Z = F_H$$

Wir berechnen F_H :

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = 70 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot \sin(17^\circ)$$

$$F_H = 200,77 \text{ N}$$

Das Paket muss mit 200,77 N hochgezogen werden. Wir berechnen die Arbeit:

$$W = F \cdot s$$

$$W = 200,77 \text{ N} * 8 \text{ m}$$

$$W = 1606,17 \text{ Nm}$$

Lösung zu 2.:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{1606,17 \text{ J}}{7 \text{ s}}$$

$$P = 229,45 \text{ W}$$

Lösung zu 3:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{umformen nach } P_{zu}$$

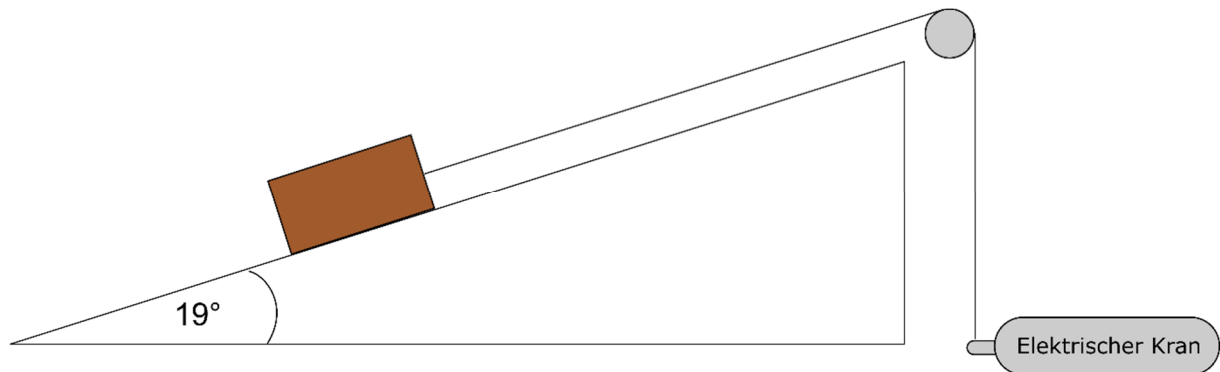
$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}$$

$$P_{zu} = \frac{229,45 \text{ W}}{0,78}$$

$$P_{zu} = 294,17 \text{ W}$$

Aufgabe 3

Eine Kiste mit einem Gewicht von 650 kg wird von einem elektrischen Kran eine schiefe Ebene hinaufgezogen. Dabei legt die Kiste in 8 Sekunden eine Strecke von 5 Metern zurück. Die Reibung der Kiste auf dem Untergrund ist mit dem Reibungskoeffizienten $\mu = 0,11$ zu berücksichtigen.



Berechnen Sie die Stromaufnahme des Krans, während er die Kiste mit konstanter Geschwindigkeit den Hang hinaufzieht. Der Wirkungsgrad des Krans beträgt $\eta = 0,82$.

Auf dem Typenschild des Krans steht folgendes: $\Delta 400 \text{ V}$, $\cos \varphi = 0,89$, $3\sim$, $\eta = 0,82$

$\Delta 400 \text{ V}$
$\cos \varphi = 0,89$
$3\sim$
$\eta = 0,82$

Lösung:

Wir benötigen zuerst die Zugkraft, die der Kran zum Hochziehen aufbringen muss. Die Zugkraft muss so groß sein, dass sie die Hangabtriebskraft F_H und die Reibungskraft F_R überwindet:

$$F = F_H + F_R$$

Wir berechnen die Hangabtriebskraft.

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = 650 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(19^\circ)$$

$$F_H = 2075,99 \text{ N}$$

Wir berechnen die Reibungskraft. Hierfür benötigen wir auch die Normalkraft F_N .

$$F_N = F_G * \cos \alpha$$

$$F_N = m * g * \cos \alpha$$

$$F_N = 650 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * \cos(19^\circ)$$

$$F_N = 6029,1 \text{ N}$$

$$F_R = \mu * F_N$$

$$F_R = 0,11 * 6029,1 \text{ N}$$

$$F_R = 663,2 \text{ N}$$

Jetzt können wir die Zugkraft berechnen:

$$F = F_H + F_R$$

$$F = 2075,99 \text{ N} + 663,2 \text{ N}$$

$$F = 2739,19 \text{ N}$$

Mit der Zugkraft können wir die Arbeit berechnen, die auf einer Strecke von 5 Metern verrichtet wird:

$$W = F * s$$

$$W = 2739,19 \text{ N} * 5 \text{ m}$$

$$W = 13695,95 \text{ J}$$

Mit der Arbeit können wir die Leistung berechnen:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{13695,95 \text{ J}}{8 \text{ s}}$$

$$P = 1711,99 \text{ W}$$

Über den Wirkungsgrad berechnen wir die vom Kran aus dem Stromnetz aufgenommene Leistung:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \text{umformen nach } P_{zu}$$

$$P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}$$

$$P_{zu} = \frac{1711,99 \text{ W}}{0,82}$$

$$P_{zu} = 2087,79 \text{ W}$$

Mit der Formel für die Leistung bei Drehstrommotoren berechnen wir die Stromaufnahme:

$$P = \sqrt{3} * U * I * \cos \varphi \quad \text{umformen nach I}$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} * U * \cos \varphi} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$I = \frac{2087,79 \text{ W}}{\sqrt{3} * 400 \text{ V} * 0,89}$$

$$I = 3,39 \text{ A}$$

Es fließt ein Strom von $I = 3,39 \text{ A}$.

Aufgabe 4

Ein Reisebus mit der Masse $m = 16$ Tonnen und einer Leistung von 320 kW, fährt eine steile Straße hinauf. Auf einem Schild steht, dass die Steigung 15 % beträgt. Die Fahrwiderstandszahl beträgt $\mu = 0,02$.

- a) Welche Zugkraft muss der Reisebus aufbringen, um die Steigung hinauffahren zu können?
- b) Mit welcher maximalen Geschwindigkeit kann der Reisebus die Steigung hinauffahren?

Lösung zu a):

Die Zugkraft muss mindestens so groß sein wie die Summe aus Hangabtriebskraft (F_H) und der Reibungskraft (F_R). Diese beiden Kräfte muss der Bus überwinden. Das bedeutet, er muss eine Zugkraft (F_Z) von mindesten $F_H + F_R$ aufbringen. Wir können folgende Gleichung aufstellen:

$$F_Z = F_H + F_R$$

Wir berechnen im Folgenden also F_H und F_R und wollen mit F_H beginnen. Hierzu benötigen wir zunächst den Steigungswinkel. Er ist uns nur in Prozent gegeben (15 %). Die Prozentzahl entspricht aber dem Tangens des Winkels α , den die Steigung hat. Wir bekommen die Steigung in Grad, wenn wir die Inversfunktion des Tangens verwenden:

$$\tan^{-1}(0,15) = 8,53^\circ$$

Da der Winkel jetzt bekannt ist, können wir F_H berechnen. Es gilt:

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_H = 16\,000 \, \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(8,53)$$

$$F_H = 23\,281,44 \, \text{N}$$

Jetzt berechnen wir F_R . Hierzu müssen wir zunächst F_N berechnen. Es gilt:

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_N = 16\,000 \, \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(8,53)$$

$$F_N = 155\,223,76 \, \text{N}$$

Und jetzt berechnen wir F_R :

$$F_R = F_N \cdot \mu \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_R = 155\,223,76\,N \cdot 0,02$$

$$F_R = 3104,48\,N$$

Wir haben F_N und F_R und können jetzt F_Z berechnen:

$$F_Z = F_H + F_R \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_Z = 23\,281,44\,N + 3104,48\,N$$

$$F_Z = 26\,385,92\,N$$

Lösung zu b):

Die Formel für die Zugleistung lautet:

$$P = F_Z \cdot v \quad \text{umformen nach } v$$

$$v = \frac{P}{F_Z} \quad \text{Werte einsetzen}$$

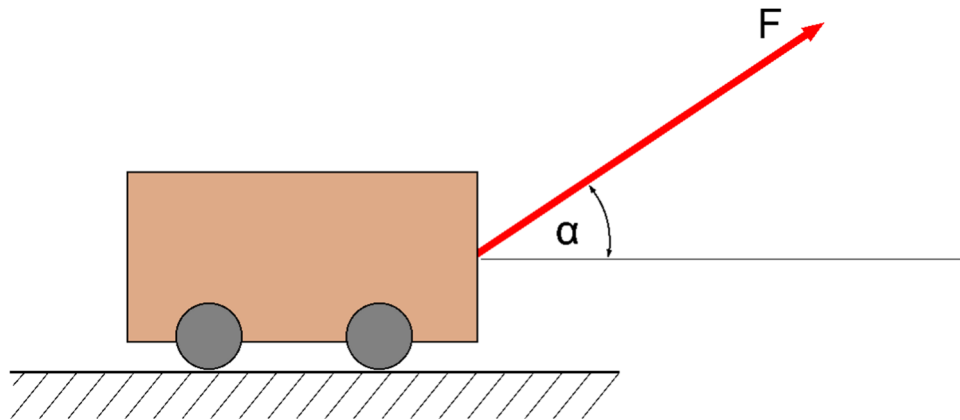
$$v = \frac{320\,000\,W}{26\,385,92\,N}$$

$$v = 12,13 \frac{m}{s}$$

$$v = 43,67 \frac{km}{h}$$

Aufgabe 5

Ein Mann zieht mit einem Seil einen Handwagen hinter sich her. Die Zugkraft am Seil beträgt $F = 275 \text{ N}$. Es gilt $\alpha = 35^\circ$.

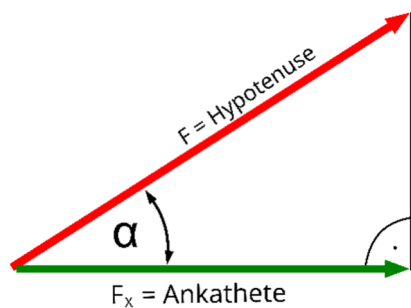


Der Wagen soll 150 Meter gezogen werden. Berechnen Sie die erforderliche Arbeit in Kilojoule die aufgebracht werden muss.

Lösung:

Wir können diese Kraftkomponente F_x nennen. Bezogen auf den Winkel gilt der folgende Zusammenhang.

$$\text{Cosinus des Winkels} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



$$\cos(35^\circ) = \frac{F_x}{F} \quad \text{umformen nach } F_x$$

$$\cos(35^\circ) \cdot F = F_x \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_x = \cos(35^\circ) \cdot 275 \text{ N} = \mathbf{225,27 \text{ N}}$$

Jetzt kann die Arbeit berechnet werden:

$$W = F \cdot s$$

$$W = \mathbf{225,27 \text{ N} \cdot 150 \text{ m} = 33\,790,5 \text{ J}}$$

Aufgabe 6

Ein Reisebus, mit einer Masse von 12,5 t, fährt auf einer waagerechten Strecke. Einige Kilometer später erreicht der Reisebus das Gebirge und fährt eine Strecke mit einer Steigung von 12° hinauf. Die Fahrwiderstandszahl beträgt $\mu = 0,14$.

1. Bestimmen Sie die Kraft F , die benötigt wird, um die Reibung auf der waagerechten Strecke zu überwinden.
2. Ermitteln Sie die Kraft F , die notwendig ist, um sowohl die Reibungskraft als auch die Hangabtriebskraft auf der Steigung zu überwinden.

Lösung zu 1:

$$F = F_R$$

$$F_R = F_G \cdot \mu$$

$$F_R = m \cdot g \cdot \mu \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_R = 12.500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,14$$

$$F_R = 17.167,5 \text{ N}$$

Lösung zu 2:

$$F = F_H + F_R$$

Wir berechnen zunächst F_H :

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_H = 12.500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 12^\circ$$

$$F_H = 25.495,17 \text{ N}$$

Wir berechnen F_R :

$$F_R = F_N \cdot \mu$$

$$F_R = F_G \cdot \cos \alpha \cdot \mu \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_R = 12.500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(12^\circ) \cdot 0,14$$

$$F_R = 16.792,35 \text{ N}$$

Wir addieren die Kräfte:

$$F = F_H + F_R = 25.495,17 \, N + 16.792,35 \, N = 42.287,52 \, N$$

Aufgabe 7

Ein Autofahrer vergisst auf einer schiefen Ebene seine Handbremse zu ziehen. Es beginnt herunterzurollen. Der Reibungskoeffizient beträgt $\mu = 0,01$ und die Masse des Fahrzeugs $m = 1800 \text{ kg}$. Die Steigung der schiefen Ebene beträgt 8% . Berechnen Sie welche Geschwindigkeit das Auto nach 4 Sekunden erreicht.

Lösung:

Wir berechnen die Hangabtriebskraft und zunächst den Winkel der schiefen Ebene:

$$\tan \alpha = 0,08$$

$$\tan^{-1}(0,08) = 4,5739^\circ$$

$$F_H = F_G * \sin \alpha$$

$$F_H = m * g * \sin \alpha$$

$$F_H = 1800 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * \sin(4,5739)$$

$$F_H = 1408,13 \text{ N}$$

Die Reibungskraft wirkt F_H entgegen. Wir berechnen F_R :

$$F_R = F_N * \mu$$

Wir berechnen als Zwischenschritt F_N :

$$F_N = F_G * \cos \alpha$$

$$F_N = m * g * \cos \alpha$$

$$F_N = 1800 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * \cos(4,5739)$$

$$F_N = 17601,76 \text{ N}$$

$$F_R = F_N * \mu$$

$$F_R = 17601,76 \text{ N} * 0,01$$

$$F_R = 176,02 \text{ N}$$

Die Kraft, die auf das abwärts rollende Auto wirkt berechnen wir wie folgt:

$$F = F_H - F_R$$

$$F = 1408,13 \text{ N} - 176,02 \text{ N}$$

$$F = 1232,11 \text{ N}$$

Wir berechnen die Beschleunigung:

$$F = m * a \quad \text{umstellen nach a}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{1232,11 \text{ N}}{1800 \text{ kg}}$$

$$a = 0,6845 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Wir berechnen die Geschwindigkeit:

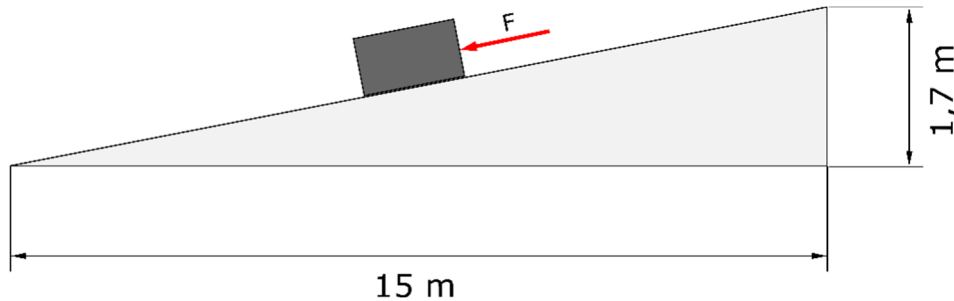
$$v = a * t$$

$$v = 0,6845 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 4 \text{ s}$$

$$v = 2,738 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 8

Ein Stahlblock, der 350 kg wiegt, wird gleichmäßig, also mit gleichbleibender Geschwindigkeit, auf einer Stahlrampe hinunterbewegt. Welche Kraft F ist erforderlich, um den Stahlblock mit konstanter Geschwindigkeit nach unten zu verschieben?



Lösung:

Die Verschiebekraft muss gerade so groß sein, dass sie zusammen mit der Hangabtriebskraft F_H (die ihr ja hilft, da sie in die gleiche Richtung wirkt) die Reibungskraft F_R überwindet. Wir fragen uns also, wie groß F sein muss, damit gilt:

$$F + F_H = F_R$$

Wir berechnen nun F_H und F_R . Wir benötigen hierfür zunächst den Winkel der schiefen Ebene:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1,7 \text{ m}}{15 \text{ m}} = 0,1133$$

Wir brauchen aber nicht $\tan \alpha$, sondern den Winkel α selbst, also rechnen wir:

$$\tan^{-1}(0,1133) = 6,47^\circ$$

Der Winkel der schiefen Ebene beträgt $6,47^\circ$.

Jetzt berechnen wir F_H :

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_H = 350 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(6,47^\circ)$$

$$F_H = 386,9 \text{ N}$$

Um F_R berechnen zu können, müssen wir noch F_N berechnen:

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_N = 350 \, \text{kg} \cdot 9,81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(6,47^\circ)$$

$$F_N = 3.411,63 \, \text{N}$$

Mit F_N berechnen wir jetzt F_R :

$$F_R = F_N \cdot \mu \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_R = 3.411,63 \, \text{N} \cdot 0,12$$

$$F_R = 409,4 \, \text{N}$$

Wir berechnen jetzt F :

$$F + F_H = F_R \quad \text{umformen nach } F$$

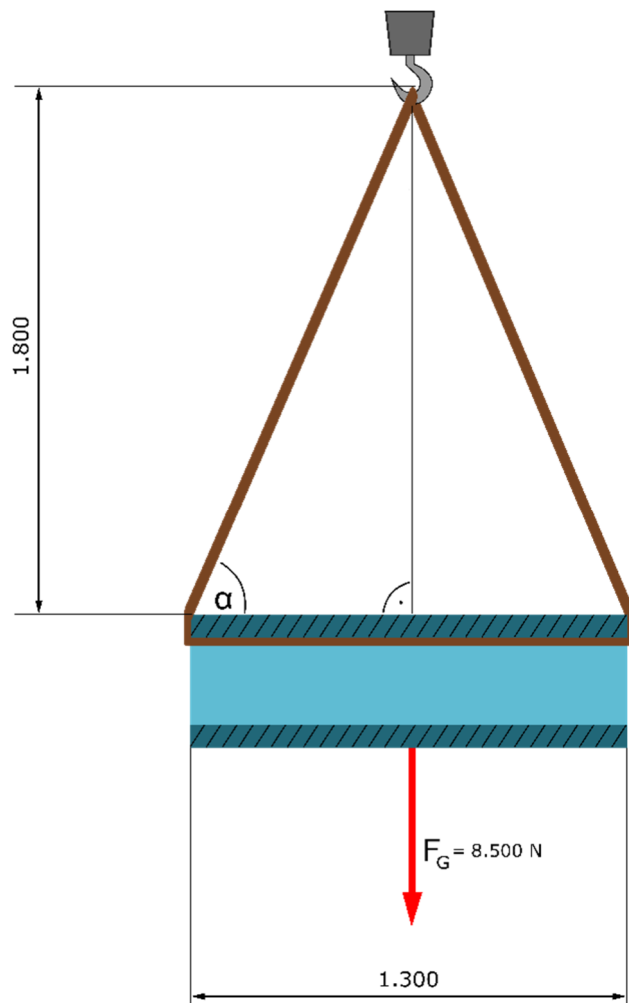
$$F = F_R - F_H$$

$$F = 409,4 \, \text{N} - 386,9 \, \text{N}$$

$$F = 22,5 \, \text{N}$$

Aufgabe 9

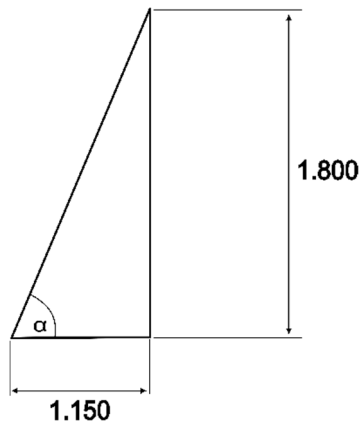
Sie möchten mit einem Kran ein Rohr transportieren, das wie in der folgenden Abbildung mit einem Seil an einem Kranhaken befestigt wurde:



- Ermitteln Sie die Zugkraft im Seil.
- Wie würde sich die Zugkraft verändern, wenn Sie ein kürzeres Zugseil verwenden würden?

Lösung zu a):

Wir berechnen zunächst den Winkel:

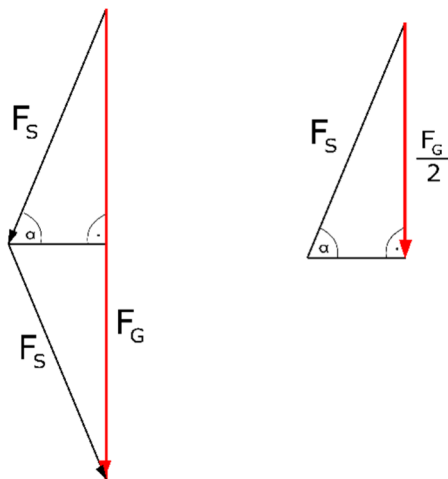


$$\tan \alpha = \frac{1.800}{1.150}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{1.800}{1.150}\right) = 70,14^\circ$$

$$\alpha = 70,14^\circ$$

Für die Kräfte gilt die folgende Darstellung:



$$\sin \alpha = \frac{\frac{F_G}{2}}{F_S}$$

umformen nach F_S

$$F_S = \frac{\frac{F_G}{2}}{\sin \alpha}$$

Werte einsetzen

$$F_S = \frac{\frac{8.500 \text{ N}}{2}}{\sin 70,14^\circ}$$

$$F_S = 4518,75 \text{ N}$$

Lösung zu b):

Durch ein kürzeres Seil wird der Winkel α kleiner und die Zugkraft im Seil wird größer.