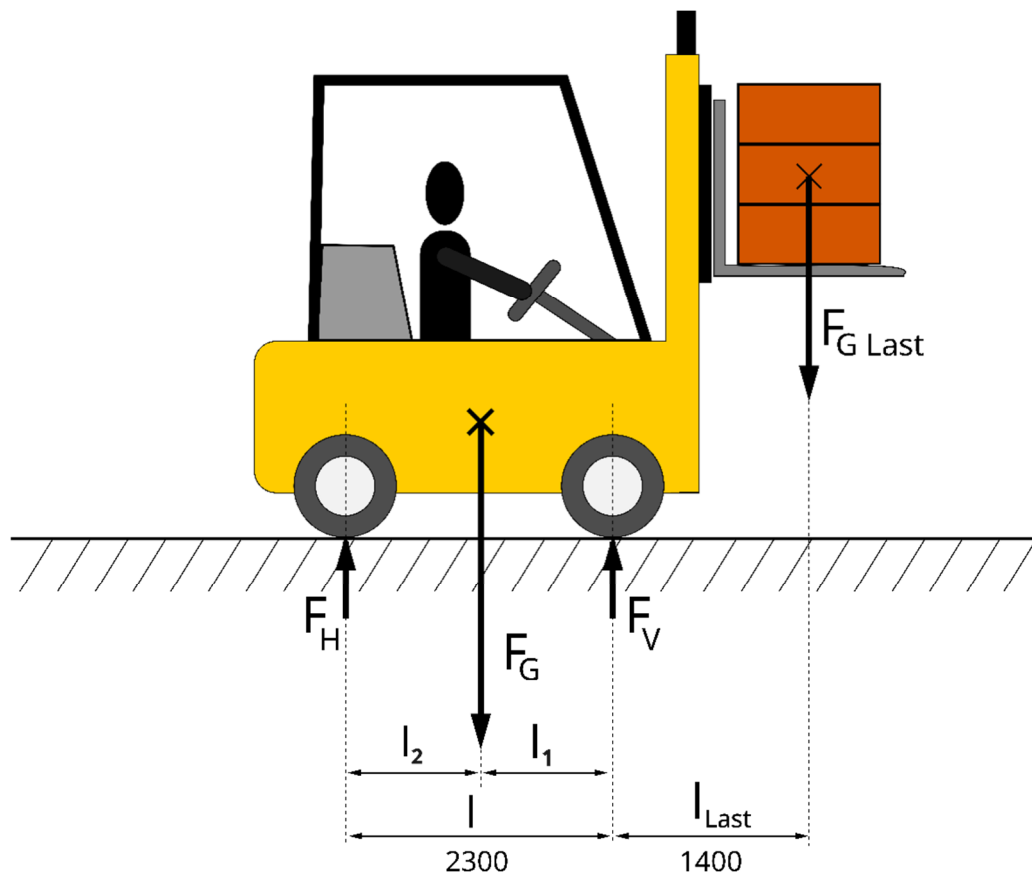


Aufgabe 1

Gegeben sei die folgende Abbildung:



Die Auflagerkräfte ohne Ladung betragen:

$$F_V = 21 \text{ kN}$$

$$F_H = 19 \text{ kN}$$

1. Ermitteln Sie die Gewichtskraft F_G des Staplers ohne Last.
2. Ermitteln Sie l_1 und l_2 (ohne Last).
3. Ermitteln Sie die maximale Last in kg, mit der der Stapler beladen werden darf, ohne dass er kippt.
4. Ermitteln Sie die Flächenpressung in N/mm^2 , die sich auf einem Vorderreifen ergibt, wenn der Stapler mit maximaler Last beladen wird. Die Berührungsfläche A eines Vorderreifens beträgt $A = 17 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$.

Lösung zu 1.:

Wir brauchen nur die beiden Auflagerkräfte zu addieren:

$$F_G = F_V + F_H$$

$$F_G = 21\,000 \text{ N} + 19\,000 \text{ N}$$

$$F_G = 40\,000\,N$$

Lösung zu 2.:

$$F_H * l = F_G * l_1 \quad \text{umformen nach } l_1$$

$$l_1 = \frac{F_H * l}{F_G}$$

$$l_1 = \frac{19\,000\,N * 2,3\,m}{40\,000\,N}$$

$$l_1 = 1,09\,m$$

$$F_V * l = F_G * l_2 \quad \text{umformen nach } l_2$$

$$l_2 = \frac{F_V * l}{F_G}$$

$$l_2 = \frac{21\,000\,N * 2,3\,m}{40\,000\,N}$$

$$l_2 = 1,21\,m$$

Lösung zu 3.:

$$F_{G\,Last} * l_{Last} = F_G * l_1 \quad \text{umformen nach } F_{G\,Last}$$

$$F_{G\,Last} = \frac{F_G * l_1}{l_{Last}}$$

$$F_{G\,Last} = \frac{40\,000\,N * 1,09\,m}{1,4\,m}$$

$$F_{G\,Last} = 31\,142,86\,N$$

Wir berechnen die Gewichtskraft in kg:

$$F = m * g \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \frac{F_{G\,Last}}{g}$$

$$m = \frac{31\,142,86\,N}{9,81 \frac{N}{kg}}$$

$$m = 3174,6\,kg$$

Lösung zu 4.:

Wir berechnen L_V bei Volllast:

L_V bei Volllast entspricht der Summe aus F_G und $F_{G \text{ Last}}$:

$$F_{V \text{ Volllast}} = 40\,000\,N + 31\,142,86$$

$$F_{V \text{ Volllast}} = 71\,142,86\,N$$

Wir berechnen die Flächenpressung:

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{71\,142,86\,N}{153\,cm^2}$$

$$NR: A = a * b = 17\,cm * 9\,cm = 153\,cm^2$$

$$p = 464,99 \frac{N}{cm^2}$$

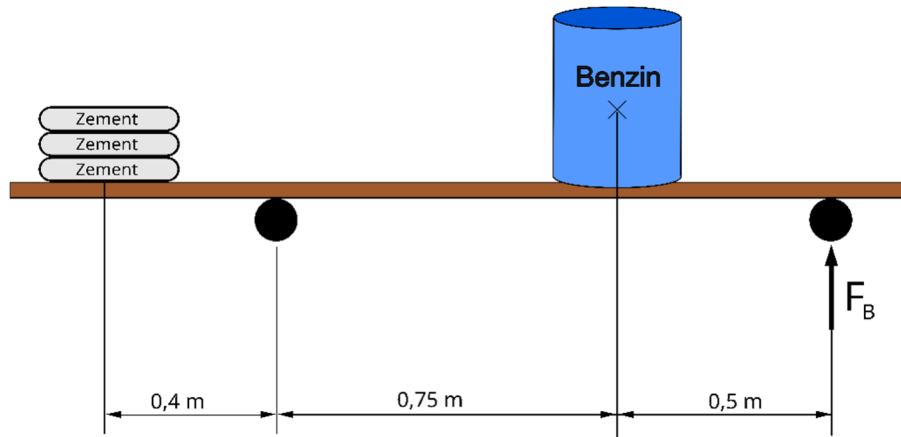
$$p = 4,65 \frac{N}{mm^2}$$

Die Flächenpressung auf einen Reifen bekommen wir, indem wir durch zwei teilen:

$$4,65 \frac{N}{mm^2} : 2 = 2,34 \frac{N}{mm^2}$$

Aufgabe 2

Ein Benzinfass und drei Zementsäcke wurden, wie in der Abbildung gezeigt, auf einem Brett abgestellt. Die Masse des Stahlfasses beträgt 4,9 kg und es hat ein Fassungsvermögen von 60 Liter. Das Fass ist zu 82 % mit Benzin gefüllt. Ein Zementsack hat eine Masse von 25 kg. Das Eigengewicht des Brettes kann vernachlässigt werden.



- Berechnen Sie die Auflagerkraft F_B .
- Wie viele Zementsäcke können aufeinander gestapelt werden, ohne dass das Brett nach links kippt?

Lösung zu a):

Bevor wir die Drehmomente berechnen können, müssen wir die Masse des Fasses samt dem Inhalt bestimmen. Wir berechnen das Volumen des im Fass befindlichen Benzins. Hierzu berechnen wir 82 % von 60 Litern:

$$\frac{60}{100} * 82 = 49,2 \text{ l}$$

Jetzt können wir mit der Formel für die Dichte die Masse des Benzins bestimmen. Die Dichte für Benzin entnehmen wir der Formelsammlung. Sie beträgt $0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{umformen nach m}$$

$$m = \rho * V \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$m = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} * 49,2 \text{ l}$$

$$m = 39,36 \text{ kg}$$

Die gesamte Masse aus Fass und Inhalt beträgt:

$$4,9 \text{ kg} + 39,36 \text{ kg} = 44,26 \text{ kg}$$

Der Lösungsansatz ist das Momentengleichgewicht. Wir gleichen die linksdrehenden und die rechtsdrehenden Momente aus:

$$M_B + M_{Zement} = M_{Fass}$$

$$F_B * 1,25 \text{ m} + F_{Zement} * 0,4 \text{ m} = F_{Fass} * 0,75 \text{ m} \quad \text{umformen nach } F_B$$

$$F_B * 1,25 \text{ m} = F_{Fass} * 0,75 \text{ m} - F_{Zement} * 0,4 \text{ m}$$

$$F_B = \frac{F_{Fass} * 0,75 \text{ m} - F_{Zement} * 0,4 \text{ m}}{1,25 \text{ m}} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_B = \frac{44,26 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 0,75 \text{ m} - 75 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 0,4 \text{ m}}{1,25 \text{ m}}$$

$$F_B = 25,07 \text{ N}$$

Lösung zu b):

$$F_{Zement} * 0,4 \text{ m} = F_{Fass} * 0,75 \text{ m} \quad \text{umformen nach } F_{Zement}$$

$$F_{Zement} = \frac{F_{Fass} * 0,75 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_{Zement} = \frac{44,26 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 0,75 \text{ m}}{0,4 \text{ m}}$$

$$F_{Zement} = 814,11 \text{ N}$$

Wir ermitteln, welche Masse eine Gewichtskraft von 814,11 N ausübt:

$$F_G = m * g \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \frac{F_G}{g} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$m = \frac{814,11 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$m = 82,99 \text{ kg}$$

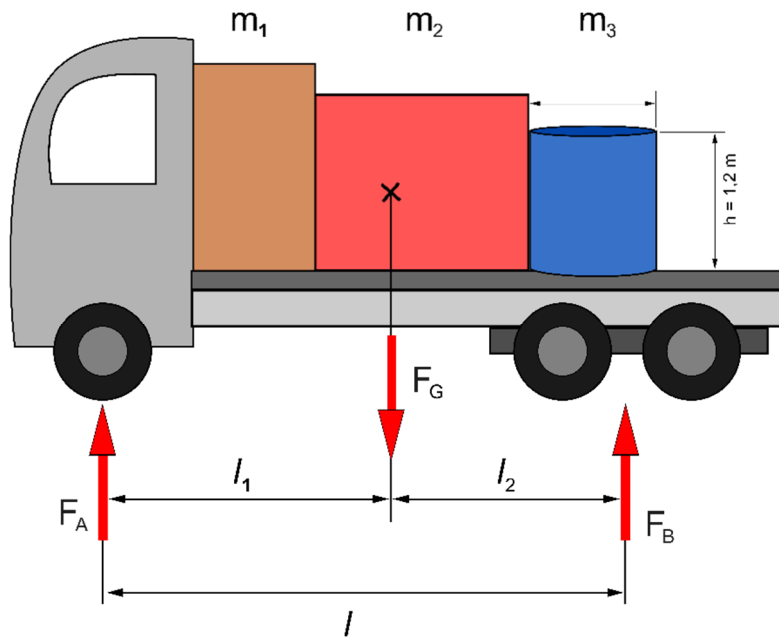
Wir berechnen, wie viele Zementsäcke von einer Masse von 25 kg benötigt werden, um 82,99 kg zu bekommen:

$$\frac{82,99}{25} = 3,32 \text{ Säcke}$$

Man darf maximal 3 Säcke stapeln. Legt man einen vierten Sack dazu, erreicht man eine Masse von 100 kg, sodass das Brett nach links kippt.

Aufgabe 3

Ein Lkw wurde mit drei verschiedenen Transportgütern beladen:



Das zylindrische Fass rechts außen hat ein Eigengewicht von 35 kg und ist 1,2 m hoch. Der Radius des Fasses beträgt 25 cm. Es ist zu 80% mit einer Substanz gefüllt, die eine Dichte von $3,2 \text{ kg/dm}^3$ aufweist.

Es ist von folgenden Werten auszugehen:

$$l = 5 \text{ m}$$

$$l_1 = 3 \text{ m}$$

$$l_2 = 2 \text{ m}$$

$$m_1 = 1,8 \text{ t}$$

$$m_2 = 3,5 \text{ t}$$

Berechnen Sie die Auflagerkräfte F_A und F_B .

Lösung:

Wir berechnen die Masse des Fasses samt Inhalt:

$$V_{\text{Fass}} = \pi * r^2 * h$$

$$V_{\text{Fass}} = \pi * (0,25 \text{ m})^2 * 1,2 \text{ m}$$

$$V_{\text{Fass}} = 0,235619 \text{ m}^3 = 235,619 \text{ dm}^3$$

Das Fass ist zu 80% gefüllt:

$$0,8 * 235,619 \text{ dm}^3 = 188,5 \text{ dm}^3$$

Die Masse der Substanz im Fass:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \rho * V$$

$$m = 3,2 \frac{kg}{dm^3} * 188,5 dm^3$$

$$m = 603,2 kg$$

Die Masse des Fasses samt Inhalt:

$$603,2 kg + 35 kg = 638,2 kg$$

Wir berechnen die gesamte Masse der Ladung:

$$m_{gesamt} = m_1 + m_2 + m_3$$

$$m_{gesamt} = 1800 kg + 3500 kg + 638,2 kg$$

$$m_{gesamt} = 5938,2 kg$$

Wir berechnen F_A :

$$F_A * l = F_G * l_2 \quad \text{umformen nach } F_A$$

$$F_A = \frac{F_G * l_2}{l}$$

$$F_A = \frac{5938,2 kg * 9,81 \frac{N}{kg} * 2 m}{5 m}$$

$$F_A = 23\,301,5 N$$

Wir berechnen F_B :

$$F_B * l = F_G * l_1 \quad \text{umformen nach } F_B$$

$$F_B = \frac{F_G * l_1}{l}$$

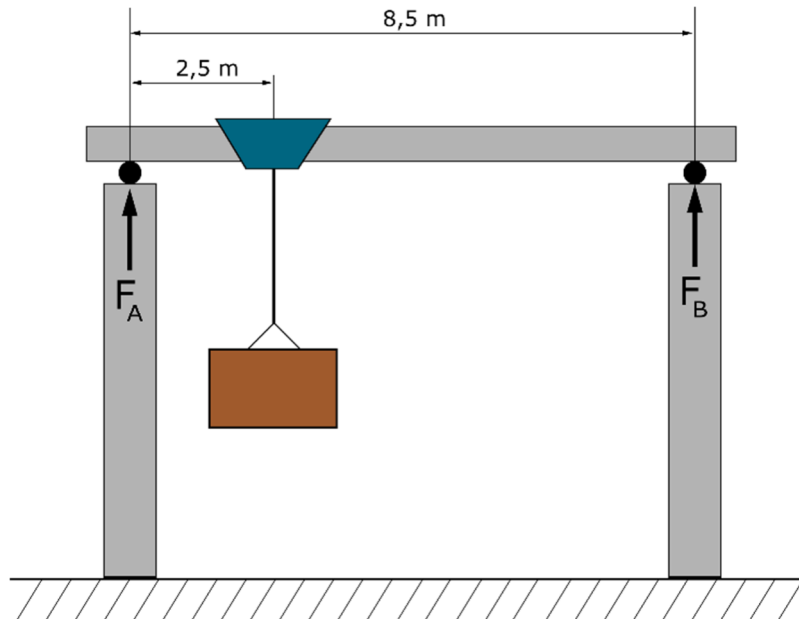
$$F_B = \frac{5938,2 kg * 9,81 \frac{N}{kg} * 3 m}{5 m}$$

$$F_B = 34\,952,25 N$$

Aufgabe 4

Ein Gewicht mit der Masse 1.600 kg wird mit einem Kran verladen. Die Brücke hat eine Masse von 5.500 kg. Die Laufkatze samt Tragegeschirr des Krans übt eine Gewichtskraft von 4.200 N aus.

- a) Berechnen Sie die Auflagerkraft F_A .
- b) Berechnen Sie die Auflagerkraft F_B .



Lösung zu a:

Wir rechnen zuerst die Masse des Gewichts und die Masse der Brücke in Kräfte um:

$$F_{G \text{ Gewicht}} = 1.600 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 15.696 \text{ N}$$

$$F_{G \text{ Brücke}} = 5.500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 53.955 \text{ N}$$

Berechnung von F_A :

Wir benutzen den Ansatz des Momentengleichgewichts:

$$F_A \cdot 8,5 \text{ m} = F_{G \text{ Brücke}} \cdot \frac{8,5 \text{ m}}{2} + (F_{G \text{ Gewicht}} + F_{G \text{ Laufkatze/Geschirr}}) \cdot 6 \text{ m} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_A \cdot 8,5 \text{ m} = 53.955 \text{ N} \cdot \frac{8,5 \text{ m}}{2} + (15.696 \text{ N} + 4.200 \text{ N}) \cdot 6 \text{ m}$$

$$F_A \cdot 8,5 \text{ m} = 348.684,75 \text{ Nm} \quad \text{teilen durch 8,5 m}$$

$$F_A = 41.021,74 \text{ N}$$

Lösung zu b:

$$F_B \cdot 8,5 \text{ m} = F_{G \text{ Brücke}} \cdot \frac{8,5 \text{ m}}{2} + (F_{G \text{ Gewicht}} + F_{G \text{ Laufkatze/Geschirr}}) \cdot 2,5 \text{ m}$$

Werte einsetzen

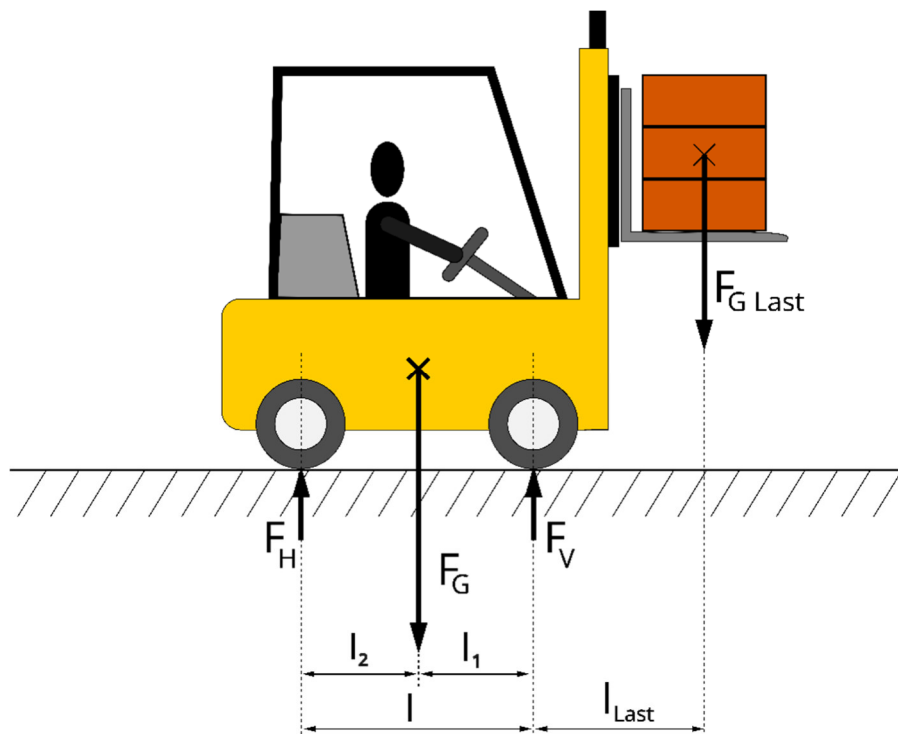
$$F_B \cdot 8,5 \text{ m} = 53.955 \text{ N} \cdot \frac{8,5 \text{ m}}{2} + (15.696 \text{ N} + 4.200 \text{ N}) \cdot 2,5 \text{ m}$$

$$F_B \cdot 8,5 \text{ m} = 279.048,75 \text{ Nm} \quad \text{teilen durch 8,5 m}$$

$$F_B = 32.829,26 \text{ N}$$

Aufgabe 5

Gegeben sei die folgende Abbildung:



Der Stapler und der Fahrer haben zusammen eine Masse von 3,8 t. Die Last, mit einem Volumen von $0,4 \text{ m}^3$, besteht aus einem Material, das eine Dichte von $1,7 \text{ kg/dm}^3$ hat. Des Weiteren sind die folgenden Größen gegeben:

$$l_1 = 1,2 \text{ m}$$

$$l = 2,3 \text{ m}$$

$$l_{\text{Last}} = 1,5 \text{ m}$$

1. Ermitteln Sie die Auflagerkräfte F_H und F_V .
2. Ermitteln Sie die Flächenpressung in N/mm^2 , die sich auf einem Vorderreifen ergibt, wenn der Stapler mit der von Ihnen in 1. ermittelten Last beladen wird. Die Berührungsfläche A eines Vorderreifens beträgt $A = 16 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$.
3. Ermitteln Sie die maximale Last in kg, mit der der Stapler beladen werden darf, ohne dass er kippt.

Lösung zu 1.:

Wir ermitteln zuerst die Masse der Ladung:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 1,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 400 \text{ dm}^3$$

$$m = 680 \text{ kg}$$

Wir ermitteln die Auflagerkräfte:

$$F_H * l + F_{G \text{ Last}} * l_{\text{Last}} = F_G * l_1 \quad \text{umformen nach } F_H$$

$$F_H * l = F_G * l_1 - F_{G \text{ Last}} * l_{\text{Last}}$$

$$F_H = \frac{F_G * l_1 - F_{G \text{ Last}} * l_{\text{Last}}}{l}$$

$$F_H = \frac{3800 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 1,2 \text{ m} - 680 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 1,5 \text{ m}}{2,3 \text{ m}}$$

$$F_H = 15\,098,87$$

$$F_V * l = F_G * l_2 + F_{G \text{ Last}} * (l_{\text{Last}} + l) \quad \text{umformen nach } F_V$$

$$F_V = \frac{F_G * l_2 + F_{G \text{ Last}} * (l_{\text{Last}} + l)}{l}$$

$$F_V = \frac{3800 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 1,1 \text{ m} + 680 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 3,8 \text{ m}}{2,3 \text{ m}}$$

$$F_V = 28\,849,93 \text{ N}$$

Lösung zu 2.:

Wir berechnen die Berührungsfläche A eines Vorderreifens:

$$A = a * b$$

$$A = 16 \text{ cm} * 9 \text{ cm}$$

$$A = 144 \text{ cm}^2 = 14\,400 \text{ mm}^2$$

Wir berechnen die Flächenpressung. Man beachte, dass nur die Hälfte der Auflagerkraft F_V angesetzt werden muss, da sich die Kraft auf beide Reifen verteilt:

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{14\,424,965 \text{ N}}{14\,400 \text{ mm}^2}$$

$$p = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\text{Hinweis: } F_V : 2 = 14\,424,965 \text{ N}$$

Lösung zu 3.:

$$F_G * l_1 = F_{G \text{ Last}} * l_{\text{Last}}$$

umformen nach $F_{G \text{ Last}}$

$$F_{G \text{ Last}} = \frac{F_G * l_1}{l_{\text{Last}}}$$

$$F_{G \text{ Last}} = \frac{3800 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 1,2 \text{ m}}{1,5 \text{ m}}$$

$$F_{G \text{ Last}} = 29\,822,4 \text{ N}$$

$$F_{G \text{ Last}} = m_{G \text{ Last}} * g$$

umformen nach $m_{G \text{ Last}}$

$$m_{G \text{ Last}} = \frac{F_{G \text{ Last}}}{g}$$

$$m_{G \text{ Last}} = \frac{29\,822,4 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$m_{G \text{ Last}} = 3040 \text{ kg}$$