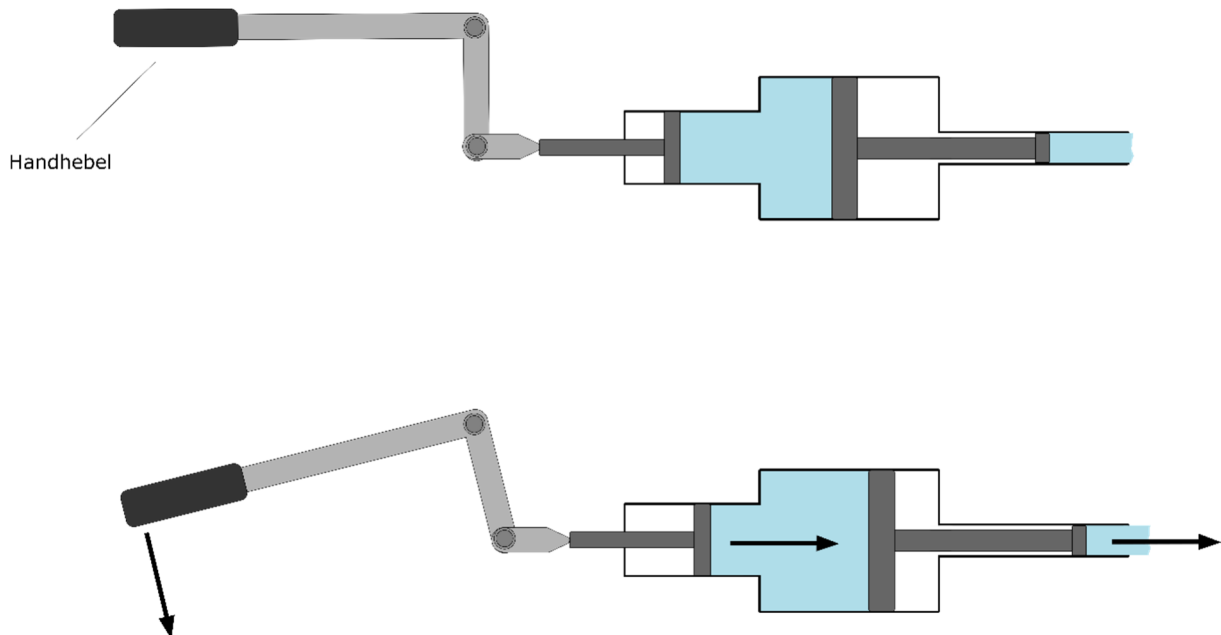
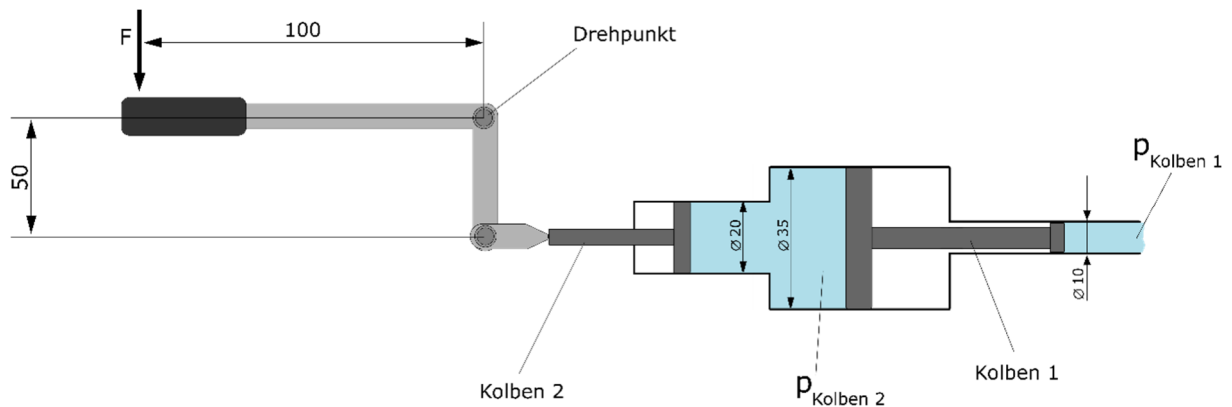


Aufgabe 1

Eine hydraulische Vorrichtung soll, wie in der folgenden Darstellung gezeigt, mit einem Handhebel betätigt werden können:



Die hydraulische Vorrichtung soll einen Druck von $p_{\text{Kolben 1}} = 0,7 \text{ MPa}$ erzeugen. Die folgende Zeichnung zeigt Ihnen, von welchen Werten Sie für Ihre Berechnungen ausgehen sollen (Maße in mm):



Berechnen Sie die Hebelkraft F , die benötigt wird, um einen Druck von $p_{\text{Kolben 1}} = 0,7 \text{ MPa}$ zu erzeugen.

Lösung zu 1.:

Wir können die Formel für den Druckübersetzer verwenden:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Oder angepasst auf unsere Bezeichnungen:

$$\frac{p_{Kolben\ 1}}{p_{Kolben\ 2}} = \frac{A_{Kolben\ 2}}{A_{Kolben\ 1}} \quad \text{umformen nach } p_{Kolben\ 2}$$

$$p_{Kolben\ 2} = \frac{A_{Kolben\ 1}}{A_{Kolben\ 2}} \cdot p_{Kolben\ 1}$$

Wir berechnen zunächst die beiden Flächen $A_{Kolben\ 1}$ und $A_{Kolben\ 2}$:

$$A_{Kolben\ 1} = \frac{\pi}{4} \cdot d_1^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (10\ mm)^2 = 78,54\ mm^2$$

$$A_{Kolben\ 2} = \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (35\ mm)^2 = 962,11\ mm^2$$

Jetzt berechnen wir $p_{Kolben\ 2}$:

$$p_{Kolben\ 2} = \frac{78,54\ mm^2}{962,11\ mm^2} \cdot 0,7\ MPa$$

$$p_{Kolben\ 2} = 0,057\ MPa$$

$$p_{Kolben\ 2} = 0,57\ bar$$

$$p_{Kolben\ 2} = 5,7\ \frac{N}{cm^2}$$

Jetzt berechnen wir, welche Kraft auf den Kolben 2 wirkt. Wir berechnen $F_{Kolben\ 2}$ mit der Formel für den Druck:

$$p_{Kolben\ 2} = \frac{F_{Kolben\ 2}}{A_3} \quad \text{umformen nach } F_{Kolben\ 2}$$

$$F_{Kolben\ 2} = p_{Kolben\ 2} \cdot A_3 \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_{Kolben\ 2} = 5,7\ \frac{N}{cm^2} \cdot 3,14\ cm^2 \quad \text{NR: } A_3 = \frac{\pi}{4} \cdot d_3^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (2\ cm)^2 = 3,14\ cm^2$$

$$F_{Kolben\ 2} = 17,9\ N$$

Wir haben es mit einem Winkelhebel zu tun. Wir wenden das Hebelgesetz an (Momentengleichgewicht):

$$F_{Kolben\ 2} \cdot l_1 = F \cdot l_2 \quad \text{Werte einsetzen}$$

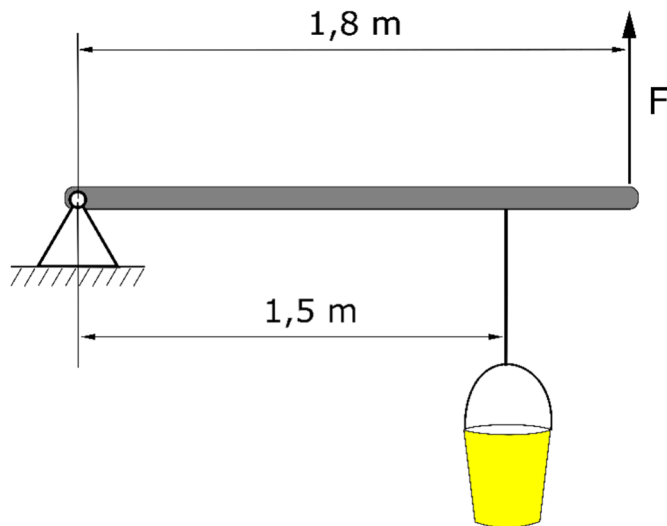
$$17,9\ N \cdot 50\ mm = F \cdot 100\ mm \quad \text{umformen nach } F$$

$$F = \frac{17,9\ N \cdot 50\ mm}{100\ mm}$$

$$F = 8,95\ N$$

Aufgabe 2

Eine Metallstange mit einer Masse von 30 kg ist einseitig an einem Hebel befestigt. In dem Eimer ist Bauschutt mit einer Dichte von $2,2 \text{ kg/dm}^3$ enthalten. Der Eimer hat ein Volumen von 12 Litern, eine Masse von 0,6 kg und ist zu 80 % gefüllt.



Wie hoch muss die Kraft F mindestens sein, damit der Eimer angehoben werden kann.

Lösung:

Masse des Eimers:

$$m = V * \rho \quad \text{NR: } V = 0,8 * 12 \text{ dm}^3 = 9,6 \text{ dm}^3$$

$$m = 9,6 \text{ dm}^3 * 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$m = 21,12 \text{ kg}$$

$$m_{\text{gesamt}} = 21,12 \text{ kg} + 0,6 \text{ kg} = 21,72 \text{ kg}$$

Momentengleichgewicht:

$$M_{\text{Eimer}} + M_{\text{Stange}} = M_{\text{Kraft rechts}}$$

$$F_{G,\text{Eimer}} * 1,5 \text{ m} + F_{G,\text{Stange}} * \frac{1,8 \text{ m}}{2} = F * 1,8 \text{ m} \quad \text{umstellen nach F}$$

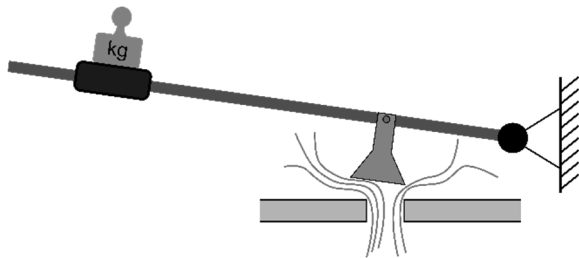
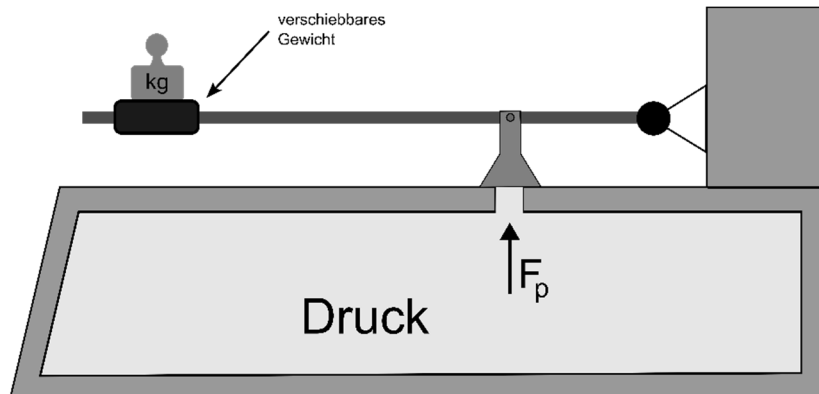
$$F = \frac{F_{G,\text{Eimer}} * 1,5 \text{ m} + F_{G,\text{Stange}} * \frac{1,8 \text{ m}}{2}}{1,8 \text{ m}}$$

$$F = \frac{21,72 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * 1,5 \text{ m} + 30 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} * \frac{1,8 \text{ m}}{2}}{1,8 \text{ m}}$$

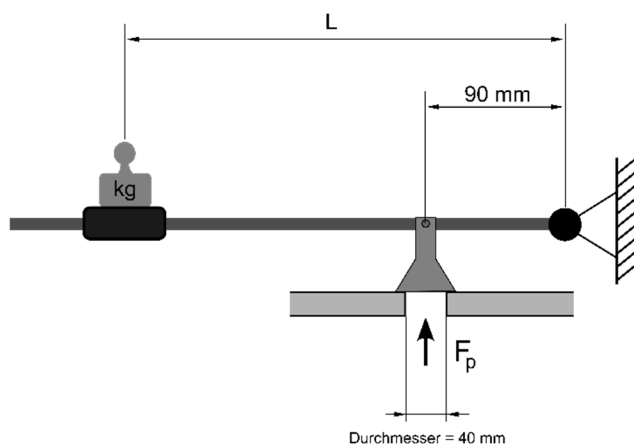
$$F = 324,71 \text{ N}$$

Aufgabe 3

Der Dampfdruck in einem Kessel soll mit einem Sicherheitsventil geregelt werden. Ist der Druck zu hoch, öffnet sich das Ventil.:



Durch den Einsatz eines verschiebbaren Gewichtes, lässt sich der Druck einstellen, bei dem das Ventil öffnen soll.



- Wie groß ist die Kraft F_p , die bei einem Kesseldruck von 6,8 bar auf das Ventil wirkt?
- Berechnen Sie die Länge L , auf die das Gewicht eingestellt werden muss, damit das Ventil bei 6,8 bar öffnet. Das Gewicht hat eine Masse von 9,4 kg.

Lösung:

$$p = \frac{F}{A}$$

umformen nach F

$$F = p * A$$

$$\text{Nebenrechnung: } A = \frac{\pi}{4} * d^2 = \frac{\pi}{4} * (40 \text{ mm})^2 = 1256,64 \text{ mm}^2$$

$$F = 0,68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} * 1256,64 \text{ mm}^2$$

$$\text{Hinweis: } 6,8 \text{ bar} = 0,68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$F = 854,52 \text{ N}$$

Der Ansatz ist wieder das Momentengleichgewicht:

$$M_1 = M_2$$

$$F_1 * l_1 = F_2 * l_2$$

Auf unsere Aufgabe bezogen erhalten wir:

$$F_G * l = F_p * 0,09 \text{ m}$$

umformen nach l

$$l = \frac{F_p * 0,09 \text{ m}}{F_G}$$

Werte einsetzen

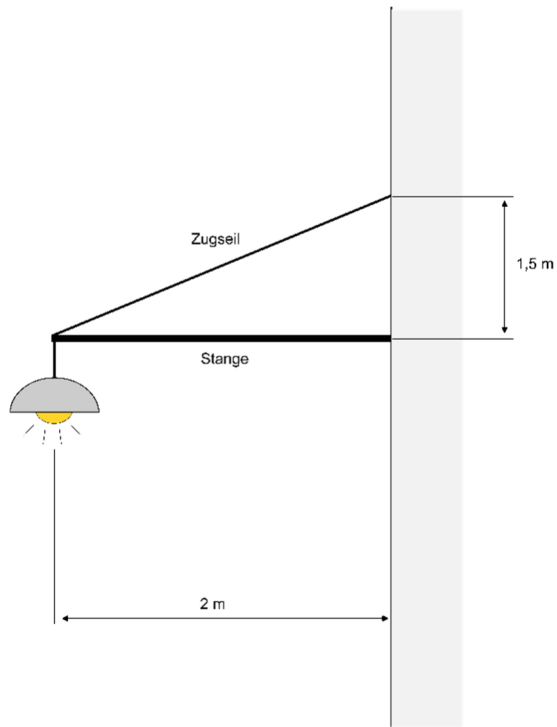
$$l = \frac{854,52 \text{ N} * 0,09 \text{ m}}{9,4 \text{ kg} * 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$l = 0,83 \text{ m}$$

Aufgabe 4

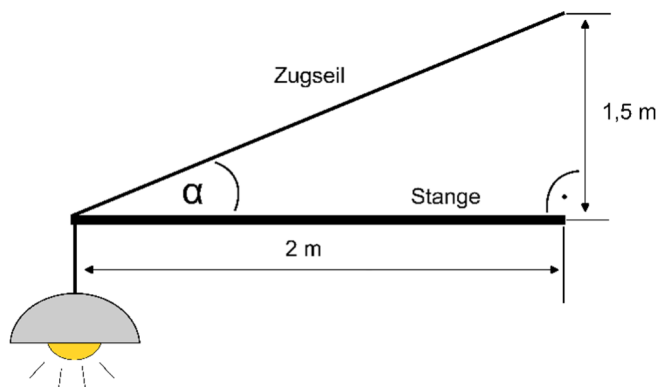
Eine Straßenlaterne soll, wie unten abgebildet, mit einer Stange und einem Zugseil an einer Wand befestigt werden. Das Zugseil ist für eine maximale Kraft von 310 N ausgelegt und soll nicht darüber hinaus beansprucht werden. Die Stange hat eine Masse von 5 kg. Die Masse des Zugseils soll der Einfachheit halber vernachlässigt werden.

Welche Masse darf die Straßenlaterne maximal haben?



Lösung:

Zunächst wird der Winkel α zwischen Zugseil und Stange benötigt. Diesen bekommen wir über den Tangens.



Es gilt:

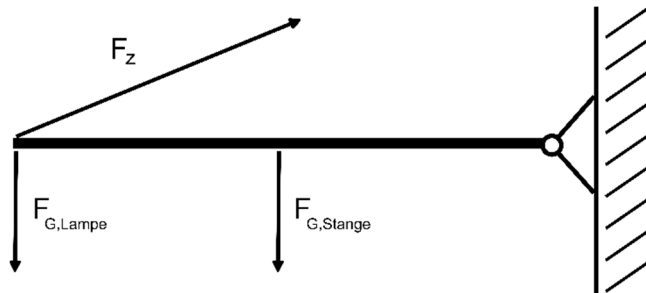
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

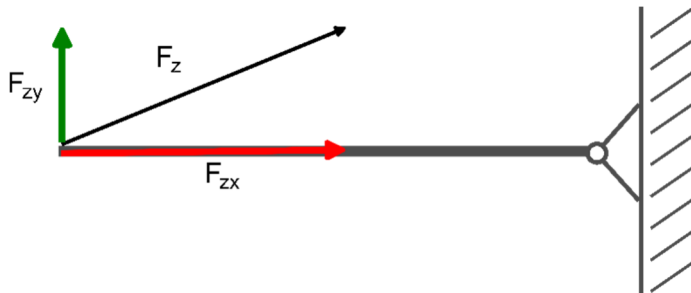
Über die Inversfunktion des Tangens bekommen wir den Winkel heraus:

$$\tan^{-1}(0,75) = 36,87^\circ$$

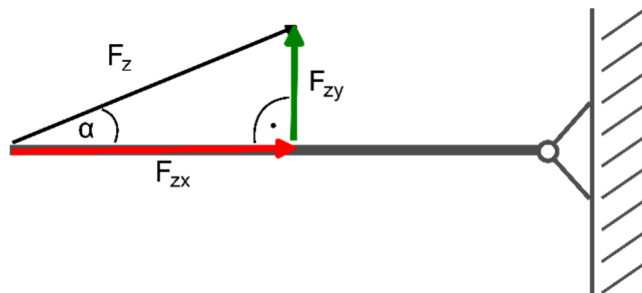
Das Gebilde muss nun als ein einseitiger Hebel betrachtet werden, der sich im Gleichgewicht befindet. Die Gewichtskraft der Straßenlaterne, zusammen mit der Gewichtskraft der Stange wirken nach unten, während die der Zugkraft des Zugseils, ihnen entgegenwirkt:



Bitte beachten Sie, dass die Gewichtskraft der Stange aus ihrem Schwerpunkt heraus wirkt. Und dieser befindet sich natürlich in der Mitte der Stange. Um die Formel für das Momentengleichgewicht aufstellen zu können, benötigen jedoch die y-Komponente der Kraft F_z . Denn nur dies ist die wirksame Kraft. Die Kraft des Zugseils greift in einem Winkel von $36,87^\circ$ an. Diese Kraft lässt sich zerlegen in die beiden Komponenten F_{zx} und F_{zy} .



Und daraus lässt sich das Kräfte Dreieck konstruieren, denn man kann sich die y-Komponente F_{zy} auch weiter rechts vorstellen, sodass ein Kräfte Dreieck entsteht:



Mit dem Sinus lösen wir jetzt die Frage, wie groß F_{zy} ist:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{F_{zy}}{F_z} \quad \text{umformen nach } F_{zy}$$

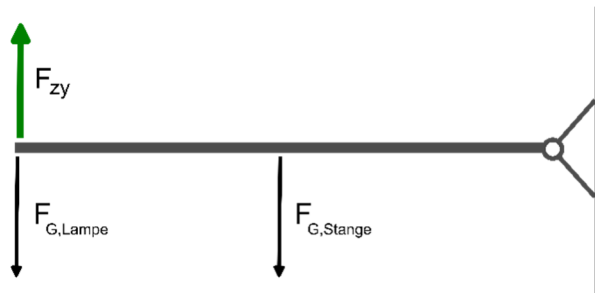
$$\sin \alpha \cdot F_z = F_{zy} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$F_{zy} = \sin(36,87) \cdot 310 \text{ N}$$

$$F_{zy} = 186 \text{ N}$$

Jetzt, da F_{zy} bekannt ist setzen wir das Momentengleichgewicht an:

$$F_{zy} \cdot 2 \text{ m} = F_{G,Lampe} \cdot 2 \text{ m} + F_{G,Stange} \cdot 1 \text{ m}$$



Es ist wichtig zu verstehen, dass die Stange nur mit der halben Länge in die Berechnung einbezogen wird, da ihr Gewicht nicht am äußeren Ende wirkt, wie dies bei der Lampe der Fall ist, sondern aus ihrem Schwerpunkt heraus (wir gehen davon aus, dass die Masse der Stange gleichmäßig über ihre Länge verteilt ist).

Wir können jetzt in die obige Gleichung die Werte einsetzen:

$$F_{zy} \cdot 2 \text{ m} = F_{G,Lampe} \cdot 2 \text{ m} + F_{G,Stange} \cdot 1 \text{ m} \quad \text{Werte einsetzen}$$

$$186 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = F_{G,Lampe} \cdot 2 \text{ m} + 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} \quad \text{ausrechnen, so weit es geht}$$

$$372 \text{ Nm} = F_{G,Lampe} \cdot 2 \text{ m} + 49,05 \text{ Nm} \quad \text{wir rechnen } -49,05 \text{ auf beiden Seiten}$$

$$322,95 \text{ Nm} = F_{G,Lampe} \cdot 2 \text{ m} \quad \text{wir teilen durch 2}$$

$$F_{G,Lampe} = 161,48 \text{ N}$$

Die Gewichtskraft der Lampe darf maximal 161,48 N betragen. Wir benötigen aber die Masse:

$$F_{G,Lampe} = m \cdot g \quad \text{umformen nach } m$$

$$m = \frac{F_{G,Lampe}}{g}$$

Werte einsetzen

$$m = \frac{161,48 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

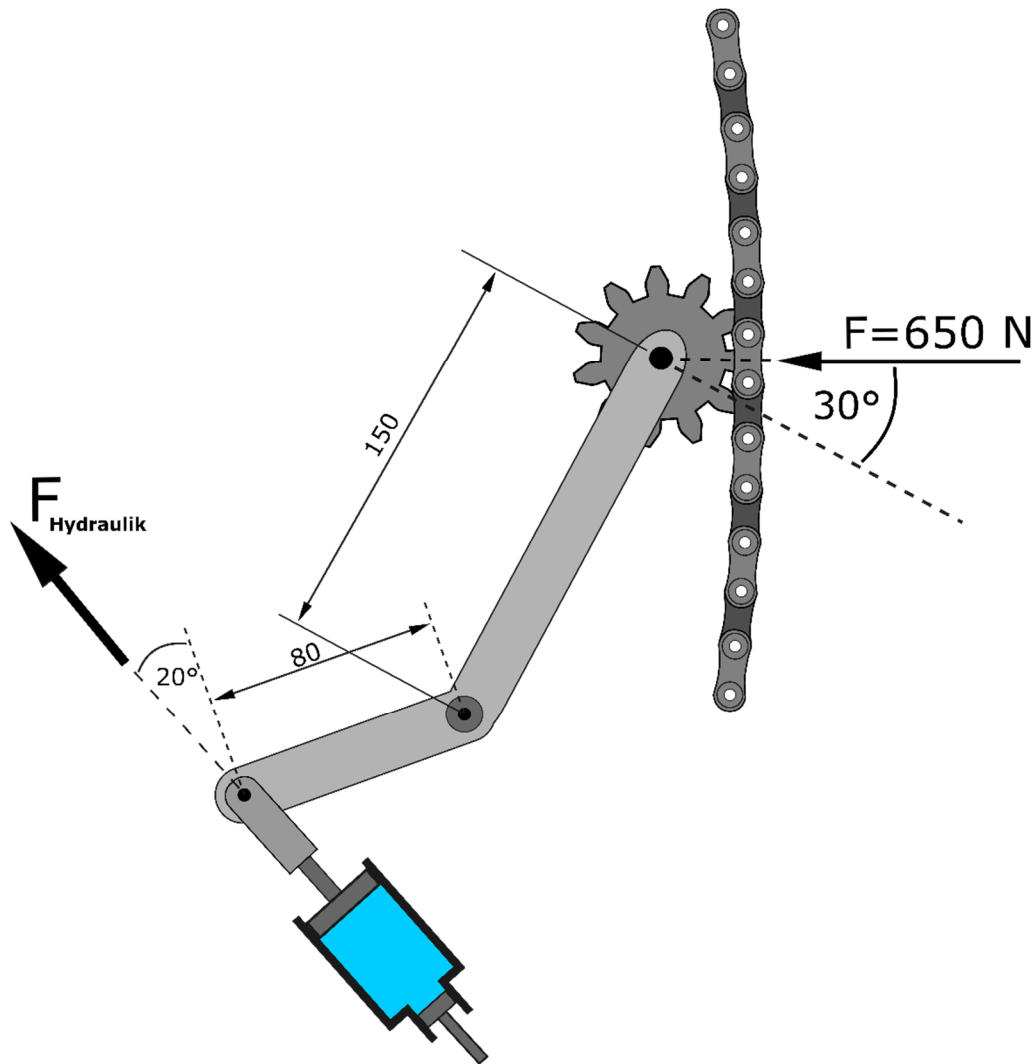
$$m = 16,46 \text{ kg}$$

Die Masse der Straßenlaterne darf 16,46 kg betragen.

Aufgabe 5

Eine Rollenkette innerhalb einer Maschine wird mit Hilfe eines hydraulischen Kettenspanners auf die geforderte Vorspannung gebracht.

Berechnen Sie die erforderliche Kraft $F_{\text{Hydraulik}}$, des Kettenspanners, die hierfür benötigt wird.



Hinweis:
Längenangaben in mm.

Lösung:

Momentengleichgewicht:

$$F_{y,Kette} \cdot 0,15 \text{ m} = F_{y,Hydraulik} \cdot 0,08 \text{ m}$$

umstellen nach $F_{y,Hydraulik}$

$$F_{y,Hydraulik} = \frac{F_{y,Kette} * 0,15 \text{ m}}{0,08 \text{ m}}$$

$$F_{y,Hydraulik} = \frac{\cos(30^\circ) * F_{Kette} * 0,15 \text{ m}}{0,08 \text{ m}}$$

$$F_{y,Hydraulik} = \frac{\cos(30^\circ) * 650 \text{ N} * 0,15 \text{ m}}{0,08 \text{ m}}$$

$$F_{y,Hydraulik} = 1055,47 \text{ N}$$

Wir berechnen $F_{Hydraulik}$:

$$\cos(20^\circ) = \frac{F_{y,Hydraulik}}{F_{Hydraulik}} \quad \text{umstellen nach } F_{Hydraulik}$$

$$F_{y,Hydraulik} = \frac{F_{y,Hydraulik}}{\cos(20^\circ)}$$

$$F_{y,Hydraulik} = \frac{1055,47 \text{ N}}{\cos(20^\circ)}$$

$$F_{y,Hydraulik} = 1123,21 \text{ N}$$